

Analogowe układy elektroniczne

Część II – układy nieliniowe

Gdańsk, maj-czerwiec 2019

dr hab. inż. Bogdan Pankiewicz, prof. PG

Informacje o przedmiocie na stronie WWW: www.ue.eti.pg.gda.pl/~bpa

Plan wykładu (10h)

- Podstawowe definicje i stosowana symbolika.
- Analogowy układ mnożący.
- Realizacja wybranych funkcji nieliniowych.
- Generator ze sprzężeniem zwrotnym.
- Generator z od tłumionym obwodem RLC.
- Generatory z rezonatorem kwarcowym.
- Generatory relaksacyjne.
- Detektory fazy.
- Podstawowe właściwości pętli PLL.
- Detektor wartości szczytowej.
- Prostowniki i filtry układów zasilania.
- Stabilizatory napięcia o pracy ciągłej.

Literatura

1. P. Wambacq, W. Sansen, „Distortion analysis of analog integrated circuits”, Kluwer Academic Publishers, 1998.
2. M. Niedźwiecki, M. Rasiukiewicz, „Nieliniowe elektroniczne układy analogowe”, WNT 1991.
3. U. Tietze, C. Schenk, „Układy półprzewodnikowe”, WNT 2009.

Zaliczenie II części wykładu – układy nieliniowe.

- Egzamin pisemny w czasie sesji.
- Egzamin będzie składał się z testu (lub krótkich pytań teoretyczno-obliczeniowych) oraz zadania obliczeniowego.
- Obie części egzaminu będą miały taką samą liczbę punktów.
- Sumaryczna liczba punktów zostanie przekazana osobie odpowiedzialnej za cały przedmiot (AUE). Część nieliniowa będzie uwzględniona w całości z wagą równą $1/3$.
- Aby zaliczyć tę część wykładu należy uzyskać co najmniej 50% możliwych punktów.

Definicje i symbolika

wartość chwilowa = składowa stała + składowa zmienna

wartość chwilowa -> mały symbol, wielki indeks

składowa stała -> wielki symbol, wielki indeks

składowa zmienna -> mały symbol, mały indeks

Przykłady: $i_D = I_D + i_d$ $v_{GS} = V_{GS} + v_{gs}$

podwójny indeks przy oznaczaniu napięć -> różnica napięć

Przykłady: $v_{GS} = v_G - v_S$ $V_{CE} = V_C - V_E$

Spis ważniejszych oznaczeń

A – wzmacnienie napięciowe układu [V/V]

A_D – różnicowe wzmacnienie napięciowe układu [V/V]

A_{CM} – sumacyjne (lub inaczej wspólne lub współbieżne) wzmacnienie napięciowe układu [V/V]

A_H – wzmacnienie napięciowe układu przebiegu harmonicznego [V/V]

gm – transkonduktancja [A/V]=[S]

GM_H – transkonduktancja dla sygnałów harmonicznym [A/V]=[S]

$K_0, K_1, K_2, K_3 \dots$ – współczynniki wielomianu opisującego nieinercyjny, nieliniowy wzmacniacz napięciowy [V, V/V, 1/V, 1/V², 1/V³...]

B – amplituda sygnału harmonicznego [V]

B_G – ustabilizowana amplituda drgań generatora sygnału harmonicznego [V]

ω – pulsacja sygnału harmonicznego [rad/sec]

THD – (ang. total harmonic distortion) współczynnik zawartości harmonicznym (nazywane też całkowite zniekształcenia harmoniczne) [%, dB]

HD_2, HD_3 – zniekształcenia harmoniczne 2-go, 3-go stopnia [%, dB]

Spis ważniejszych oznaczeń c.d.

IM_2, IM_3 – zniekształcenia intermodulacyjne 2-go, 3-go stopnia [%, dB]

IP_2, IP_3 – punkt przechwyty (ang. intercept point) [V]

V_{TH} – napięcie progowe tranzystora MOS [V]

K_N, K_P – współczynnik transkonduktancyjny odpowiednio tranzystora nMOS, pMOS [A/V²]

λ_N, λ_P – współczynnik modulacji długości kanału tranzystora nMOS, pMOS [1/V]

I_S – prąd nasycenia złącza diody półprzewodnikowej lub tranzystora bipolarnego [A]

$V_T = kT/q$ – potencjał termiczny [V], dla temp. pokojowej równy ok. 25mV

β – wzmacnienie prądowe tranzystora bipolarnego w konfiguracji CE [A/A]

α – wzmacnienie prądowe tranzystora bipolarnego w konfiguracji CC [A/A]

V_A – napięcie Early'ego [V]

Model kwadratowy tranzystora nMOS

Podstawowe równania dla tranzystora MOS:

$$V_{TH} = V_{T0} + \gamma(\sqrt{\phi - v_{BS}} - \sqrt{\phi})$$

$$K_N' = \mu_N C_{OX}$$

prąd drenu w obszarze omowym:

$$i_D = 2K_N(v_{GS} - V_{TH} - v_{DS}/2)v_{DS}$$

$$K_N = \frac{1}{2}K' \frac{W}{L} = \frac{1}{2}\mu_N C_{OX} \frac{W}{L}$$

prąd drenu w obszarze nasycenia:

$$i_D = K_N(v_{GS} - V_{TH})^2(1 + \lambda_N v_{DS})$$

wersja \Rightarrow
uproszczona

$$i_D = K_N(v_{GS} - V_{TH})^2$$

gdzie V_{TH} – napięcie progowe [V],

V_{T0} – napięcie progowe przy zerowym napięciu podłoże-źródło, t.j. dla $V_{BS}=0$ [V],

γ - współczynnik podłożowy [\sqrt{V}],

ϕ - potencjał powierzchniowy (około 0.7V),

μ_N - ruchliwość nośników w kanale [$m^2/(sec V)$],

C_{OX} – gęstość powierzchniowa pojemności bramki [F/m^2],

λ_N - współczynnik modulacji długości kanału [$1/V$],

W, L – odpowiednio szerokość i długość obszaru kanału [m].

Model stałoprądowy tranzystora npn

Podstawowe równania dla tranzystora npn:

$$i_E = i_C + i_B$$

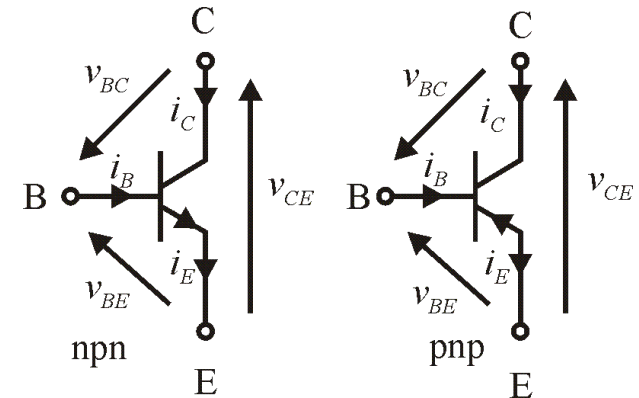
prądy tranzystora w zakresie aktywnym normalnym (z mod. Ebersa-Molla):

$$i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \quad i_E = \frac{I_S}{\alpha} e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \quad i_B = \frac{I_S}{\beta} e^{\frac{v_{BE}}{V_T}}$$

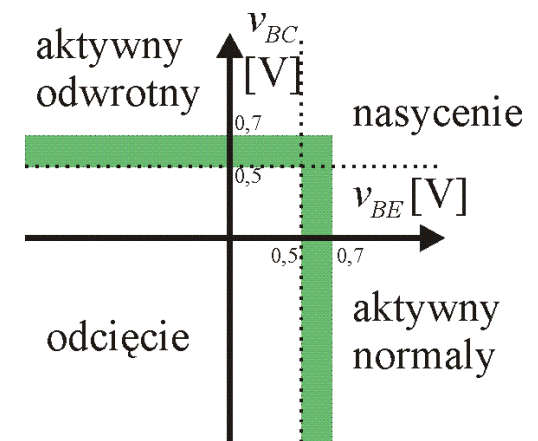
czyli przy spełnieniu warunków: $v_{BE} > 0.5V$ i $v_{BC} < 0.3V$

gdzie: I_S – prąd nasycenia [A], $V_T = kT/q$ – potencjał termiczny [V], dla temp. pokojowej równy ok. 25mV, oraz współczynniki wzmacnienia prądowego w konfiguracji WE i WB odpowiednio:

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} \quad \alpha = \frac{\beta}{\beta+1} \quad i_C = \beta i_B \quad i_C = \alpha i_E$$



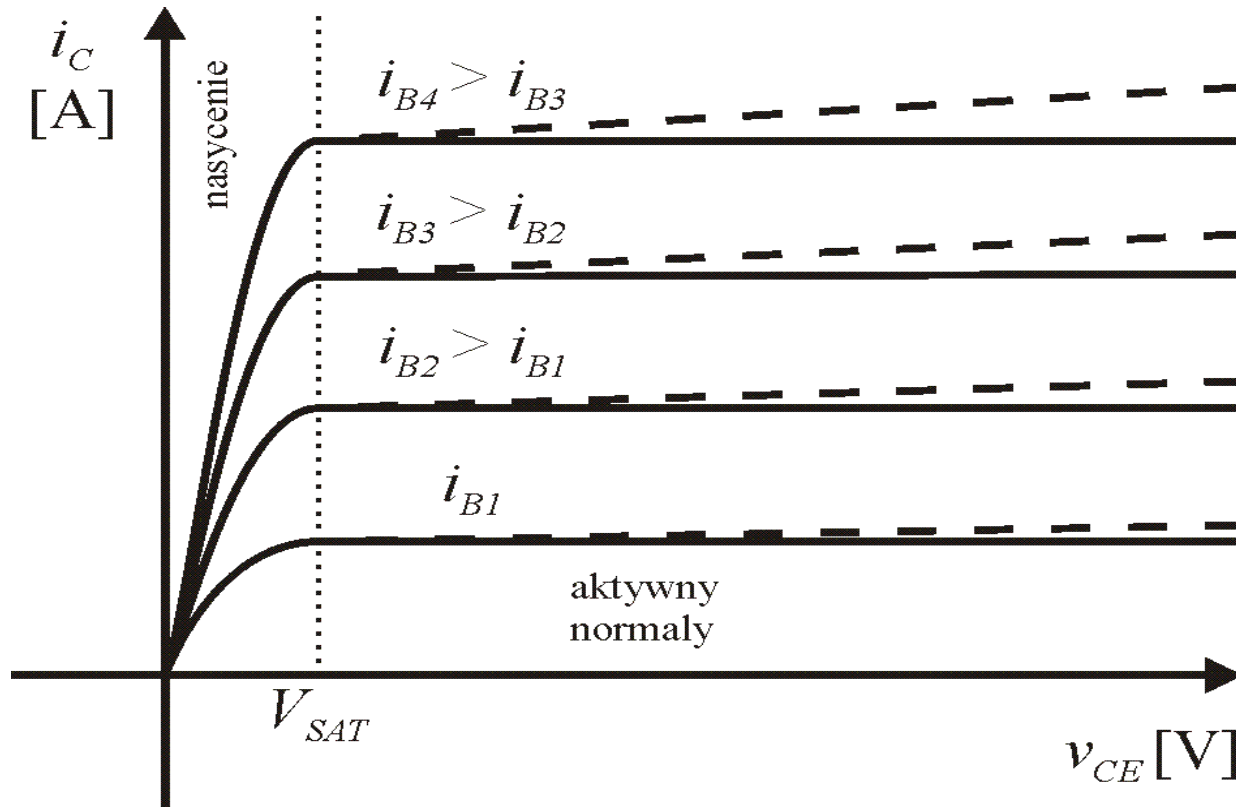
Rys. 1. Symbole oraz oznaczenia napięć i prądów tranzystorów bipolarnych.



Rys. 2. Zakresy pracy tranzystora npn.

Prąd kolektora z uwzględnieniem skończonej rezystancji wyjściowej:

$$i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A} \right) \quad \text{gdzie: } V_A - \text{napięcie Early'ego [V].}$$



Rys. 3. Typowe charakterystyki wyjściowe tranzystora bipolarnego npn bez uwzględnienia (linia ciągła) i z uwzględnieniem efektu Early'ego (linia przerywana).

Miary zniekształceń układów liniowych

- THD (ang. Total harmonic distortion)
- Błąd wartości sygnału.
- Błąd wzmocnienia.
- HD_2, HD_3, \dots
- IM_2, IM_3, \dots
- IP_2, IP_3, \dots

THD (ang. total harmonic distortion) współczynnik zawartości harmonicznych

Każdy okresowy sygnał o okresie $T = 2\pi\omega$ można przestawić za pomocą szeregu trygonometrycznego Fouriera w postaci:

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\omega t} \quad \text{gdzie:} \quad c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v(t) e^{-jn\omega t} dt \quad \text{dla: } n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Ponieważ: $c_n = c_{-n}^*$

$$v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[c_n e^{j\frac{n\pi t}{T/2}} + c_n^* e^{-j\frac{n\pi t}{T/2}} \right] = c_0 + \sum_n C_n \cos(n2\pi t / T + \varphi_n)$$

gdzie: $c_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v(t) dt$ $C_n = 2|c_n|$ $\varphi_n = \arg(c_n)$

$$THD = \sqrt{\sum_{n=2}^{+\infty} C_n^2} / \sqrt{\sum_{n=1}^{+\infty} C_n^2}$$

Def: THD jest stosunkiem mocy sygnałów niepożądanych liczonych od 2 harmonicznej do całkowitej mocy sygnału.

$$THD_{dB} = 20 \log_{10} THD$$

Błąd wartości sygnału (BS)

Dla uproszczenia założono układ nieinercyjny. W przypadku idealnym, liniowym sygnał wyjściowy powinien być równy:

$$v_{OUT} = v_{IN}A, \quad \text{gdzie } A - \text{wzmocnienie}$$

Bezwzględny błąd wartości sygnału jest więc równy:

$$BS = v_{OUT} - v_{IN}A$$

A jego wartość względną można określić jako:

$$BS_{WZGL} = \frac{v_{OUT} - v_{IN}A}{v_{IN}A}$$

Błąd wzmocnienia układu (BW)

Dla uproszczenia założono układ nieinercyjny. W przypadku rzeczywistym dla wzmacniacza nieliniowego sygnał wyjściowy można zapisać jako:

$$v_{OUT} = f(v_{IN}), \quad \text{gdzie: } f(\) \text{ jest funkcją przenoszenia}$$

Wzmocnienie dla układu nieliniowego określa się przyrostowo jako pochodna sygnału wyjściowego względem wejściowego:

$$A(v_{IN}) = \frac{\partial v_{OUT}}{\partial v_{IN}} = \frac{\partial f(v_{IN})}{\partial v_{IN}}$$

Układ liniowy ma wzmocnienie stałe i niezależne od sygnału wejściowego. Przyjmując wzmocnienie dla $v_{IN}=0$ jako wzmocnienie odniesienia, bezwzględną oraz względną wartość błędu wzmocnienia można wyznaczyć jako:

$$BW = A(v_{IN}) - A(0) \quad BW_{WZGL} = \frac{A(v_{IN}) - A(0)}{A(0)}$$

Miary zniekształceń i wzmocnienia dla układów nieinercyjnych dla pobudzeń harmoniczných

Dla uproszczenia założono układ nieinercyjny o funkcji przenoszenia przybliżonej wielomianem:

$$v_{OUT} = f(v_{IN}) = K_0 + K_1 v_{IN} + K_2 v_{IN}^2 + K_3 v_{IN}^3$$

Zniekształcenia i wzmocnienia można zdefiniować dla przypadków pobudzenia wejścia pojedynczym tonem harmonicznym:

$$v_{IN} = B \cos(\omega_B t)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\alpha)$$

Składniki od poszczególnych potęg:

$$K_1 v_{IN} = K_1 B \cos(\omega_B t)$$

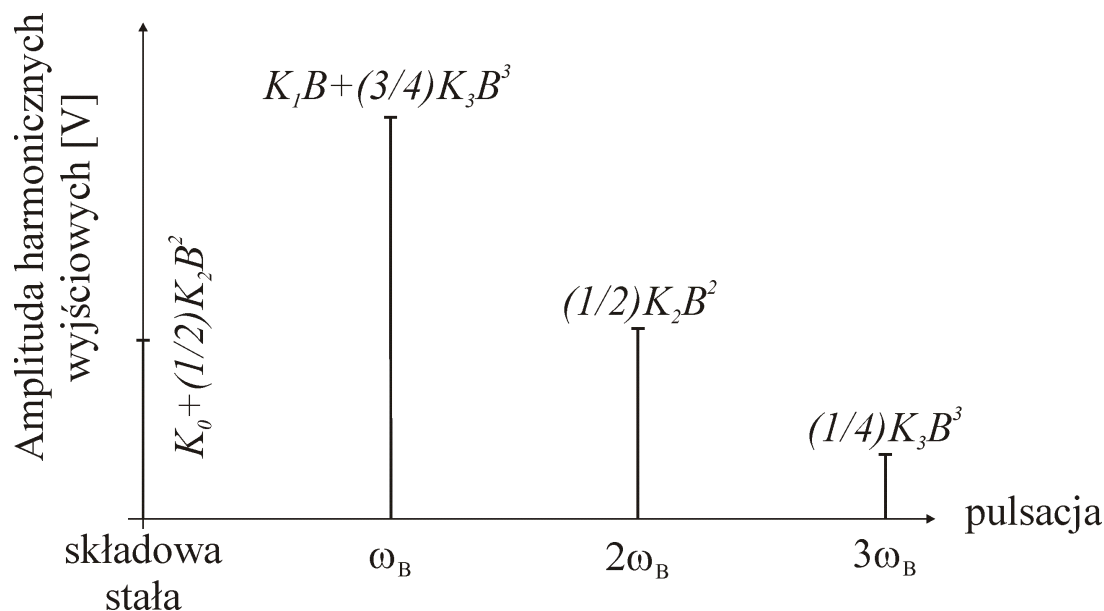
$$\cos^3 \alpha = \frac{1}{4} \cos(3\alpha) + \frac{3}{4} \cos \alpha$$

$$K_2 v_{IN}^2 = K_2 B^2 \cos^2(\omega_B t) = \frac{1}{2} K_2 B^2 + \frac{1}{2} K_2 B^2 \cos(2\omega_B t)$$

$$K_3 v_{IN}^3 = K_3 B^3 \cos^3(\omega_B t) = \frac{1}{4} K_3 B^3 \cos(3\omega_B t) + \frac{3}{4} K_3 B^3 \cos(\omega_B t)$$

Odpowiedź na pobudzenie pojedynczym tonem harmonicznym

$$\begin{aligned}v_{OUT} &= f(B \cos(\omega_B t)) = K_0 + K_1 B \cos(\omega_B t) + \frac{1}{2} K_2 B^2 + \frac{1}{2} K_2 B^2 \cos(2\omega_B t) \\ &+ \frac{1}{4} K_3 B^3 \cos(3\omega_B t) + \frac{3}{4} K_3 B^3 \cos(\omega_B t) \\ &= K_0 + \frac{1}{2} K_2 B^2 + \left[K_1 B + \frac{3}{4} K_3 B^3 \right] \cos(\omega_B t) + \frac{1}{2} K_2 B^2 \cos(2\omega_B t) + \frac{1}{4} K_3 B^3 \cos(3\omega_B t)\end{aligned}$$



Rys. 4. Zawartość harmonicznych przy pobudzeniu harmonicznym bezinercyjnego układu nieliniowego opisanego wielomianem 3-ego stopnia.

Odpowiedź na pobudzenie pojedynczym tonem harmonicznym c.d.

- Poszczególne potęgi wielomianu powodują powstanie harmonicznym o częstotliwościach będących wielokrotnościami dochodzącymi do potęgi wielomianu.
- Parzyste potęgi wielomianu zmieniają także składową stałą sygnału wyjściowego i uzależniają ją od amplitudy sygnału wejściowego.
- Amplitudy poszczególnych kolejnych harmonicznym mają charakter malejący wraz z numerem harmonicznym.
- Przy niedużych zniekształceniach układu przetwarzającego można przybliżyć jego właściwości ograniczając funkcję opisującą do kilku pierwszych potęg sygnału wejściowego.

Wzmocnienie sygnału harmonicznego

Def: Wzmocnienie dla przebiegu harmonicznego można zdefiniować jako stosunek amplitud sygnału wyjściowego pierwszej harmonicznej do amplitudy sygnału wejściowego:

$$A_H(B) = \frac{\text{amp. pierwszej harmonicznej}}{\text{amplituda wej.}} = \frac{\left[K_1 B + \frac{3}{4} K_3 B^3 \right]}{B} = K_1 + \frac{3}{4} K_3 B^2$$

Wzmocnienie powyższe nie jest stałe i zależy od amplitudy sygnału wejściowego. W zależności od znaku współczynnika K_3 może nastąpić zarówno zwiększenie (ekspansja) jak i zmniejszenie (kompresja) wzmocnienia.

Zniekształcenia harmoniczne (HD)

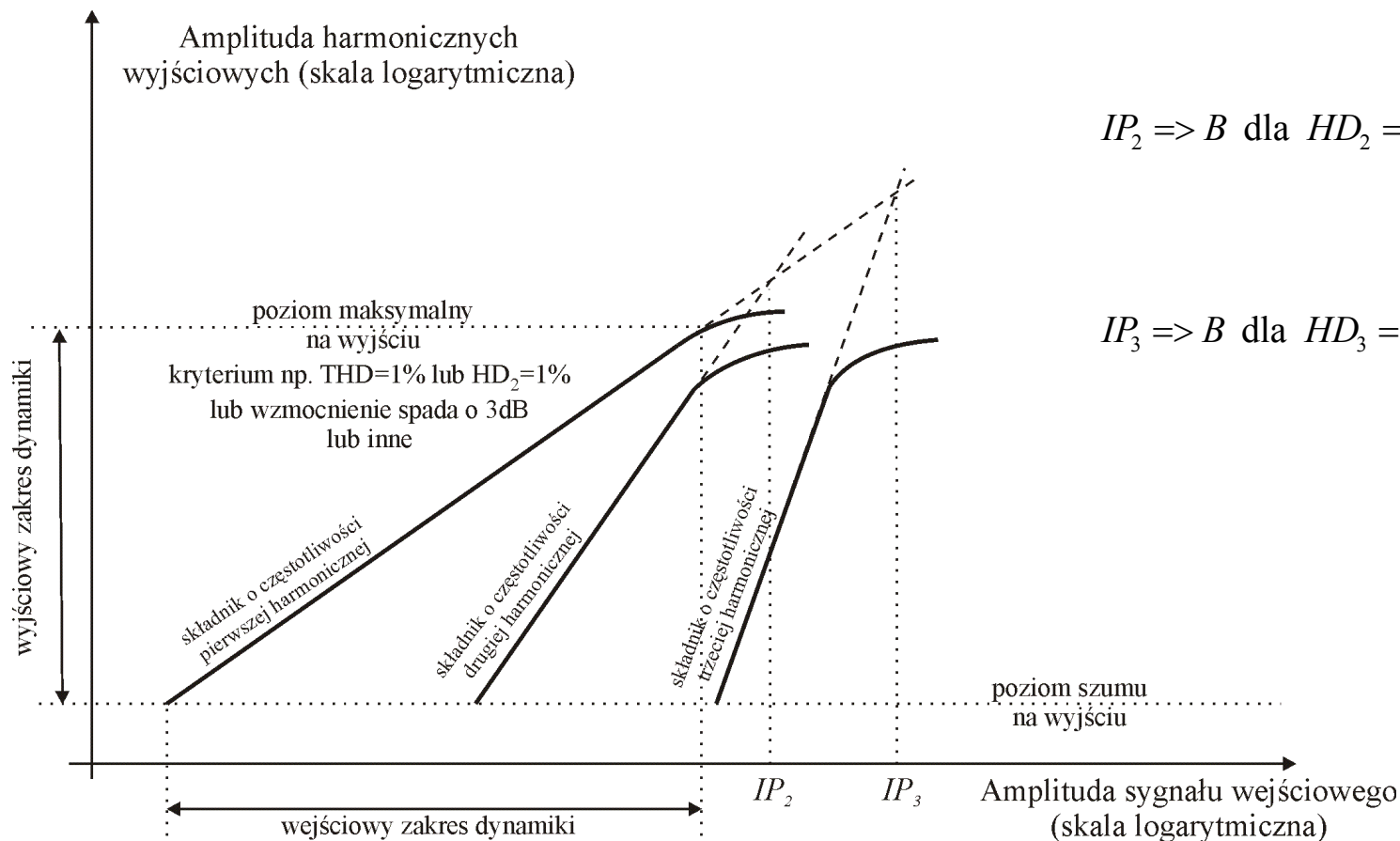
Poszczególne, kolejne zniekształcenia harmoniczne są definiowane jako stosunek amplitudy danej harmonicznej w stosunku do amplitudy tonu podstawowego:

$$HD_2 = \left| \frac{\frac{1}{2} K_2 B^2}{K_1 B + \frac{3}{4} K_3 B^3} \right| = \left| \frac{K_2 B}{2K_1 + \frac{6}{4} K_3 B^2} \right| \approx \frac{1}{2} \left| \frac{K_2}{K_1} \right| B$$

$$HD_3 = \left| \frac{\frac{1}{4} K_3 B^3}{K_1 B + \frac{3}{4} K_3 B^3} \right| = \left| \frac{K_3 B^2}{4K_1 + 3K_3 B^2} \right| \approx \frac{1}{4} \left| \frac{K_3}{K_1} \right| B^2$$

Przybliżenia podane w równaniach dotyczą układów o małych nieliniowościach, to znaczy takich, dla których 1 - sza harmoniczna ma znacząco największą wartość wśród wszystkich harmonicznych występujących na wyjściu układu.

Wartości sygnałów harmoniczych wykreślone w skali logarytmicznej



$$IP_2 \Rightarrow B \text{ dla } HD_2 = 1 \Rightarrow IP_2 = 2 \sqrt{\frac{K_1}{K_2}}$$

$$IP_3 \Rightarrow B \text{ dla } HD_3 = 1 \Rightarrow IP_3 = 2 \sqrt{\frac{K_1}{K_3}}$$

Rys. 5. Wzmocnienia poszczególnych harmoniczych dla bezinercyjnego układu nieliniowego opisanego wielomianem 3-ego stopnia.

Def: Punkt przechwyty (ang. intercept point) to taka wartość sygnału wejściowego dla której na wyjściu układu nastąpiłoby zrównanie amplitudy sygnału danej harmonicznej z harmoniczną podstawową. 20

Zniekształcenia intermodulacyjne (IM)

Zniekształcenia intermodulacyjne są definiowane dla przypadków pobudzenia wejścia więcej niż pojedynczym tonem harmonicznym, dla 2 tonów wejście można przedstawić jako:

$$v_{IN} = B_1 \cos(\omega_{B1}t) + B_2 \cos(\omega_{B2}t)$$

Stąd sygnał wyjściowy będzie równy:

$$\begin{aligned} v_{OUT} &= f(v_{IN}) = K_0 + K_1 v_{IN} + K_2 v_{IN}^2 + K_3 v_{IN}^3 \\ &= K_0 + K_2 \frac{B_1^2}{2} + \left[K_1 B_1 + K_3 \left(\frac{3}{4} B_1^3 + \frac{3}{2} B_1 B_2^2 \right) \right] \cos(\omega_{B1}t) + K_2 \frac{B_1^2}{2} \cos(2\omega_{B1}t) + K_3 \frac{B_1^3}{4} \cos(3\omega_{B1}t) \\ &+ K_2 \frac{B_2^2}{2} + \left[K_1 B_2 + K_3 \left(\frac{3}{4} B_2^3 + \frac{3}{2} B_2 B_1^2 \right) \right] \cos(\omega_{B2}t) + K_2 \frac{B_2^2}{2} \cos(2\omega_{B2}t) + K_3 \frac{B_2^3}{4} \cos(3\omega_{B2}t) \\ &+ K_2 B_1 B_2 [\cos(\omega_{B1}t + \omega_{B2}t) + \cos(\omega_{B1}t - \omega_{B2}t)] \\ &+ K_3 \frac{3B_1 B_2}{4} [B_1 \cos(2\omega_{B1}t + \omega_{B2}t) - B_1 \cos(2\omega_{B1}t - \omega_{B2}t) + B_2 \cos(2\omega_{B2}t + \omega_{B1}t) - B_2 \cos(2\omega_{B2}t - \omega_{B1}t)] \end{aligned}$$

Zniekształcenia intermodulacyjne (IM) c.d.

Dla uproszczenia założono identyczne amplitudy obu tonów harmoniczných:

$$v_{IN} = B \cos(\omega_{B1}t) + B \cos(\omega_{B2}t)$$

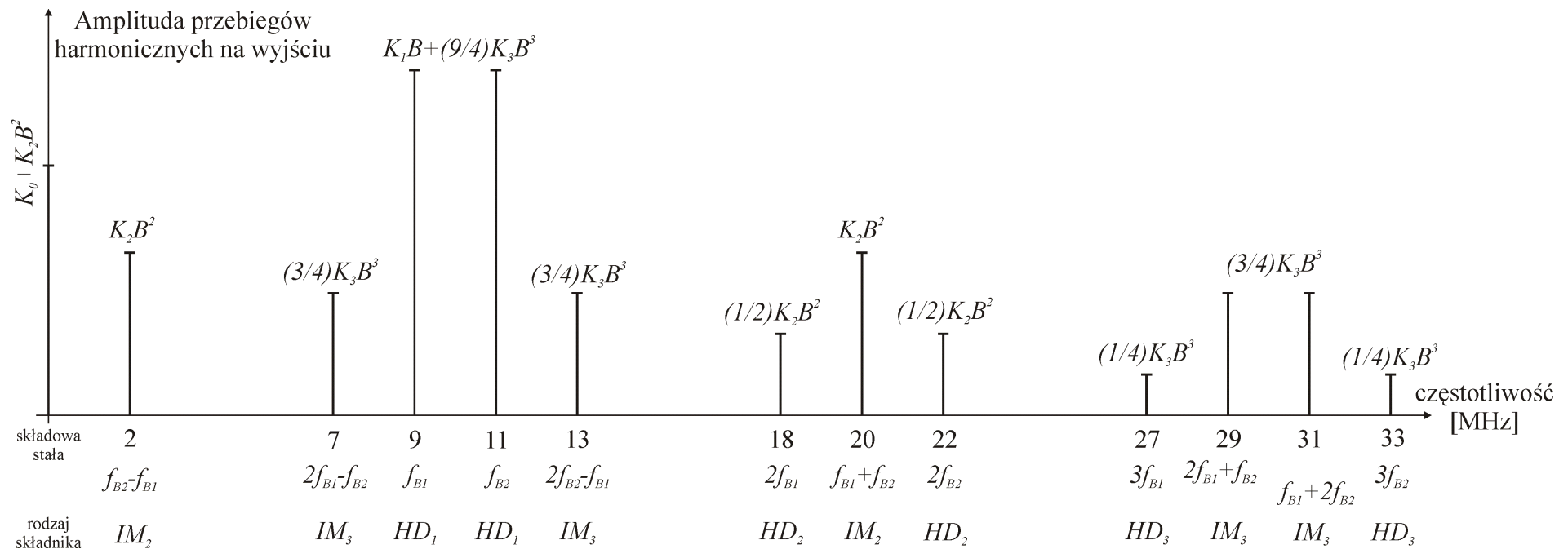
Stąd sygnał wyjściowy będzie równy:

$$\begin{aligned} v_{OUT} &= f(v_{IN}) = K_0 + K_1 v_{IN} + K_2 v_{IN}^2 + K_3 v_{IN}^3 \\ &= K_0 + K_2 \frac{B^2}{2} + \left[K_1 B + K_3 \left(\frac{3}{4} B^3 + \frac{3}{2} B^3 \right) \right] \cos(\omega_{B1}t) + K_2 \frac{B^2}{2} \cos(2\omega_{B1}t) + K_3 \frac{B^3}{4} \cos(3\omega_{B1}t) \\ &+ K_2 \frac{B^2}{2} + \left[K_1 B + K_3 \left(\frac{3}{4} B^3 + \frac{3}{2} B^3 \right) \right] \cos(\omega_{B2}t) + K_2 \frac{B^2}{2} \cos(2\omega_{B2}t) + K_3 \frac{B^3}{4} \cos(3\omega_{B2}t) \\ &+ K_2 B^2 [\cos(\omega_{B1}t + \omega_{B2}t) + \cos(\omega_{B1}t - \omega_{B2}t)] \\ &+ K_3 \frac{3B^3}{4} [\cos(2\omega_{B1}t + \omega_{B2}t) - \cos(2\omega_{B1}t - \omega_{B2}t) + \cos(2\omega_{B2}t + \omega_{B1}t) - \cos(2\omega_{B2}t - \omega_{B1}t)] \end{aligned}$$

Po uporządkowaniu składników:

$$\begin{aligned}
 v_{OUT} = & K_0 + K_2 B^2 && \leftarrow \text{Składowa stała} \\
 & + \left[K_1 B + \frac{9}{4} K_3 B^3 \right] \cos(\omega_{B1} t) + \frac{1}{2} K_2 B^2 \cos(2\omega_{B1} t) + \frac{1}{4} K_3 B^3 \cos(3\omega_{B1} t) && \leftarrow \text{Składniki} \\
 & + \left[K_1 B + \frac{9}{4} K_3 B^3 \right] \cos(\omega_{B2} t) + \frac{1}{2} K_2 B^2 \cos(2\omega_{B2} t) + \frac{1}{4} K_3 B^3 \cos(3\omega_{B2} t) && \text{harmoniczne} \\
 & && \text{HD}_1, \text{HD}_2 \text{ i } \text{HD}_3 \\
 & + K_2 B^2 [\cos(\omega_{B1} t + \omega_{B2} t) + \cos(\omega_{B1} t - \omega_{B2} t)] && \leftarrow \text{Składniki intermodulacyjne } IM_2 \\
 & + \frac{3}{4} K_3 B^3 [\cos(2\omega_{B1} t + \omega_{B2} t) - \cos(2\omega_{B1} t - \omega_{B2} t) + \cos(2\omega_{B2} t + \omega_{B1} t) - \cos(2\omega_{B2} t - \omega_{B1} t)] \\
 & && \wedge \\
 & && \parallel \\
 & && \text{Składniki intermodulacyjne } IM_3
 \end{aligned}$$

We wzorze na poprzedniej stronie można rozpoznać składniki harmoniczne obu tonów jak również składniki o częstotliwościach będących sumami i różnicami różnych kombinacji wielokrotności częstotliwości podstawowych – składniki intermodulacyjne. Poniżej, na rysunku przedstawiono wartości amplitud poszczególnych tonów przy założeniu pobudzenia sygnałami harmonicznymi o amplitudzie B i częstotliwościach $f_{B1} = 9\text{MHz}$ i $f_{B2} = 11\text{MHz}$.



Rys. 6. Zawartość sygnałów na wyjściu bezinercyjnego układu nieliniowego opisanego wielomianem 3-ego stopnia przy pobudzeniu sumą dwóch sygnałów harmonicznycch o częstotliwościach 9MHz i 11MHz.

Zniekształcenia intermodulacyjne (IM)

Jeśli założymy równość amplitud $B=B_1=B_2$, wówczas:

$$HD_{1,COMP} = K_1 B + \frac{9}{4} K_3 B^3$$

$$IM_{2,COMP} = K_2 B^2$$

$$IM_{3,COMP} = \frac{3}{4} K_3 B^3$$

A zniekształcenia intermodulacyjne można zdefiniować jako:

$$IM_2 = \frac{IM_{2,COMP}}{HD_{1,COMP}} = \frac{K_2 B^2}{K_1 B + K_3 \frac{9}{4} B^3} \approx \frac{K_2}{K_1} B \approx 2HD_2$$

$$IM_3 = \frac{IM_{3,COMP}}{HD_{1,COMP}} = \frac{\frac{3}{4} K_3 B^3}{K_1 B + \frac{9}{4} K_3 B^3} \approx \frac{3}{4} \frac{K_3}{K_1} B^2 \approx 3HD_3$$

Współczynniki IP_2 , IP_3 dla zniekształceń intermodulacyjnych

Jeśli założymy równość amplitud $B=B_1=B_2$, wówczas współczynnik IP_X jest definiowany jako amplituda sygnału wejściowego B , dla której poziom sygnału danego składnika intermodulacyjnego jest taki sam jak składnika podstawowego:

$$IP_2 = B_{IM_2,COMP=HD_1,COMP} \approx \frac{K_1}{K_2}$$

$$IP_3 = B_{IM_3,COMP=HD_1,COMP} \approx \sqrt{\frac{4K_1}{3K_3}}$$

Analiza wzmacniacza WE dla pobudzeń harmonicznych w środku pasma

Napięcie V_{BE} wytwarzane jest przez układ polaryzacji natomiast v_{be} pochodzi ze źródła sygnału wejściowego.

$$v_{BE} = V_{BE} + v_{be} \quad i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}}$$

1) Punkt pracy:

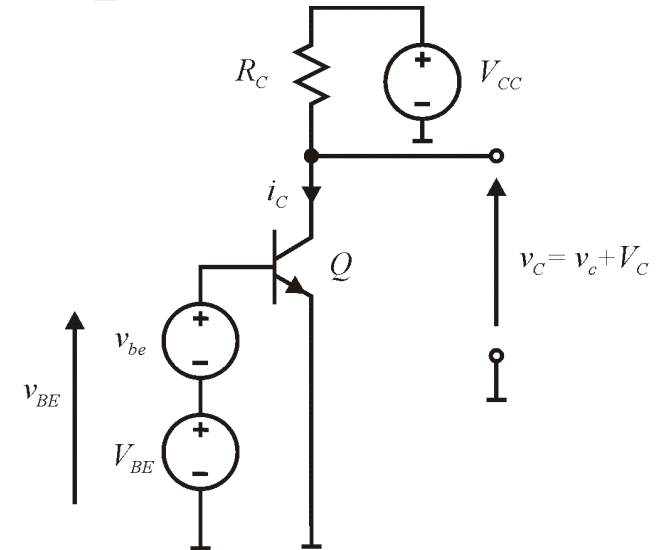
$$V_{BE} = V_{BE} \quad I_C = I_S e^{V_{BE}/V_T} \quad V_C = V_{CC} - I_C R_C$$

2) Znajdujemy funkcję opisującą napięcie wyjściowe.

$$v_C = V_{CC} - i_C R_C = V_{CC} - R_C I_S e^{\left(\frac{v_{be} + V_{BE}}{V_T}\right)} = V_{CC} - R_C I_S e^{\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right)} e^{\left(\frac{v_{be}}{V_T}\right)} = V_{CC} - R_C I_C e^{\left(\frac{v_{be}}{V_T}\right)}$$

3) Rozwijamy w.w. funkcję w szereg potęgowy Taylora względem sygnału v_{be} .

$$v_C = V_{CC} - R_C I_C e^{\left(\frac{v_{be}}{V_T}\right)} = V_{CC} - R_C I_C \left[1 + \frac{1}{1! V_T} v_{be} + \frac{1}{2! V_T^2} v_{be}^2 + \frac{1}{3! V_T^3} v_{be}^3 + \dots \right] \quad 27$$



Rys. 7. Tranzystor BJT w konfiguracji CE.

4) Ograniczamy szereg do 3 pierwszych czynników:

$$v_C = V_{CC} - R_C I_C e^{\left(\frac{v_{be}}{V_T}\right)} \approx V_{CC} - R_C I_C \left[1 + \frac{1}{V_T} v_{be} + \frac{1}{2V_T^2} v_{be}^2 + \frac{1}{6V_T^3} v_{be}^3 \right]$$

5) Przy założeniu pobudzenia sygnałem harmonicznym wyznaczamy wartości współczynników od K_0 do K_3 funkcji wielomianowej poprzez porównanie z poniższą zależnością:

$$v_{OUT} = f(v_{IN}) = K_0 + K_1 v_{IN} + K_2 v_{IN}^2 + K_3 v_{IN}^3$$

$$K_0 = V_{CC} - R_C I_C \quad K_1 = -R_C \frac{I_C}{V_T} = -R_C gm \quad K_2 = -R_C \frac{gm}{2V_T} \quad K_3 = -R_C \frac{gm}{6V_T^2}$$

6) Wzmocnienie sygnałów harmonicznymi o amplitudzie B i leżących w paśmie wzmacniacza jest równe:

$$A_H = K_1 + \frac{3}{4} K_3 B^2 = -R_C gm - \frac{3}{4} R_C \frac{gm}{6V_T} B^2 = -R_C gm \left(1 + \frac{1}{8V_T} B^2 \right)$$

7) Natomiast zniekształcenia harmoniczne będą równe:

$$HD_2 \approx \frac{1}{2} \frac{K_2}{K_1} B = \frac{1}{4V_T} B \quad HD_3 \approx \frac{1}{4} \frac{K_3}{K_1} B^2 = \frac{1}{24V_T^2} B^2$$

WE, THD – szacowanie wartości

$$THD = \sqrt{\sum_{n=2}^{+\infty} C_n^2} / \sqrt{\sum_{n=1}^{+\infty} C_n^2} \approx HD_2 = \frac{1}{4V_T} B$$

Stąd wartość amplitudy wejściowego sygnału harmonicznego powodującą powstanie zniekształceń

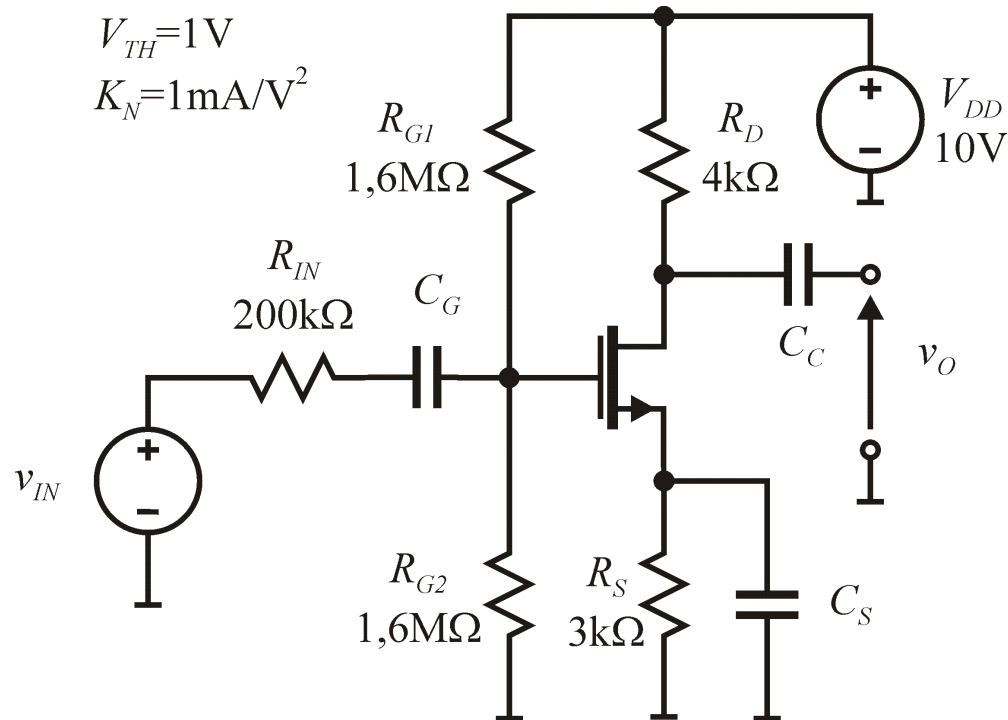
THD = 1% można oszacować na:

$$B \approx THD \cdot 4V_T \Big|_{THD=1\%} = 0,01 \cdot 4 \cdot 25[\text{mV}] = 1[\text{mV}]$$

Obliczenia dla WE są ważne tak długo jak długo czynniki wyższych rzędów nie są dominujące, aby to obliczyć możemy zastosować nierówność:

$$\left| \frac{1}{3!V_T^3} v_{be}^3 \right| \gg \left| \frac{1}{4!V_T^4} v_{be}^4 \right| \Rightarrow |v_{be}| \ll \frac{4!V_T^4}{3!V_T^3} \Rightarrow |v_{be}| \ll 4V_T$$

Zadanie nr 1 – wzmacniacz MOS w konfiguracji CS



Dla układu wzmacniacza w konfiguracji CS należy obliczyć wzmocnienie małosygnałowe, wzmocnienie wielosygnałowe, amplitudę sygnału harmonicznego na wejściu powodującą powstanie zniekształceń harmonicznych równych 1%. Należy założyć pracę wzmacniacza dla częstotliwości w środku jego pasma, t.j. pojemności układowe traktować jak zwarcia dla sygnałów zmiennych a pojemności pasozytnicze jako rozwarcia.

Rys. 8. Typowy stopień wzmacniacza z tranzystorem MOS w konfiguracji CS.

Błąd operacji nieliniowej

- Często stosowaną miarą jest statyczny błąd względny operacji (maksymalna wartość błędu przetwarzania w zadanym zakresie napięć wejściowych).
- Błędy zazwyczaj zależą silnie od temperatury, oraz innych warunków pracy układu, np. napięć zasilających czy rezystancji źródeł i obciążeń.

Układy mnożące

Mnożnik realizuje funkcję:

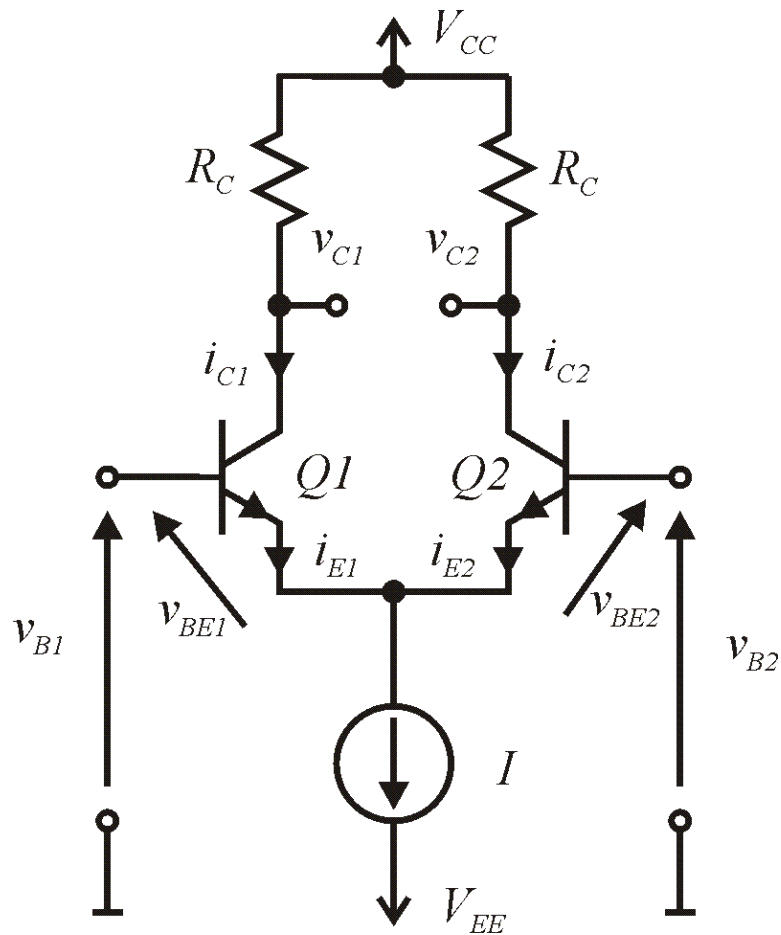
$$v_O = K_V v_X v_Y$$

gdzie: v_O jest napięciem wyjściowym, K_V jest stałą (współczynnikiem) mnożenia a v_X oraz v_Y napięciami wejściowymi.

Rodzaje mnożników:

- jednoćwiartkowy – napięcia wejściowe v_X oraz v_Y są tego samego znaku,
- dwućwiartkowy – jedno z napięć wejściowym może być tylko jednej biegunowości,
- czteroćwiartkowy – bez ograniczeń na biegunowość napięć wejściowych.

Różnicowa para bipolarna



Rys. 9. Bipolarna para różnicowa.

Prądy emiterów tranzystorów:

$$i_{E1} = \frac{I_S}{\alpha} e^{\frac{v_{B1} - v_E}{V_T}} \quad i_{E2} = \frac{I_S}{\alpha} e^{\frac{v_{B2} - v_E}{V_T}}$$

stąd:

$$\frac{i_{E1}}{i_{E2}} = \frac{\frac{I_S}{\alpha} e^{\frac{v_{B1} - v_E}{V_T}}}{\frac{I_S}{\alpha} e^{\frac{v_{B2} - v_E}{V_T}}} = e^{\frac{v_{B1} - v_{B2}}{V_T}} = e^{\frac{v_{ID}}{V_T}}$$

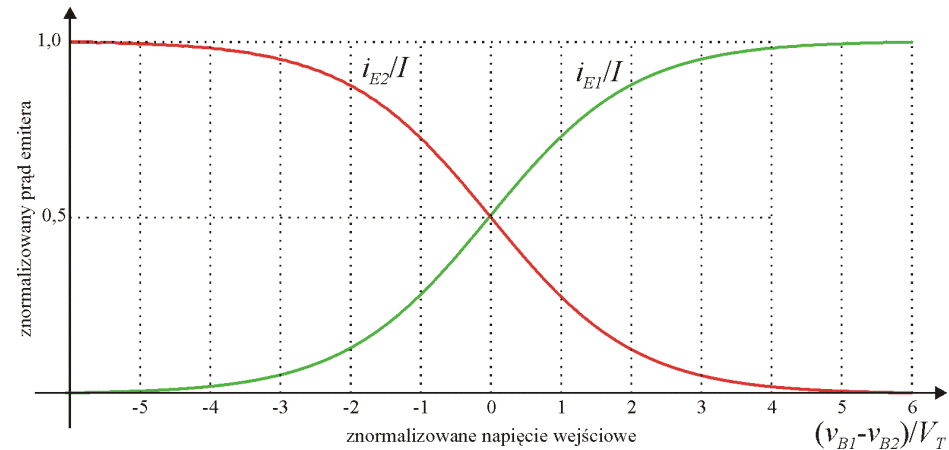
Razem z prądowym prawem Kirchhoffa daje układ równań:

$$\begin{cases} i_{E1} + i_{E2} = I \\ i_{E1} / i_{E2} = e^{v_{ID}/V_T} \end{cases}$$

Para różnicowa c.d.

Rozwiązanie daje następujące wyniki:

$$\begin{cases} i_{E1} = I \left(\frac{1}{1 + e^{-v_{ID}/V_T}} \right) \\ i_{E2} = I \left(\frac{1}{1 + e^{v_{ID}/V_T}} \right) \end{cases}$$



Rys. 10. Znormalizowane prądy emiterów pary różnicowej.

Podstawiając: $\frac{v_{ID}}{V_T} = x = 2y$ oraz po obliczeniu wartości „zmiennych” prądów (z zerową składową stałą) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} i_{E1} - \frac{I}{2} &= \frac{I}{1 + e^x} - \frac{I}{2} = \frac{I}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right) = \frac{I}{2} \left(\frac{e^{2y} - 1}{e^{2y} + 1} \right) = \frac{I}{2} \left(\frac{e^{2y-y} - e^{-y}}{e^{2y-y} + e^{-y}} \right) \\ &= \frac{I}{2} \left(\frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}} \right) = \frac{I}{2} \tanh(y) = \frac{I}{2} \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right) \end{aligned} \quad \text{oraz:}$$

$$i_{E2} - \frac{I}{2} = -\frac{I}{2} \tanh(y) = -\frac{I}{2} \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right)$$

Para różnicowa c.d.

Różnica prądów emiterów jest więc równa:

$$i_{E1} - i_{E2} = I \tanh(y) = I \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right)$$

Różnica prądów kolektorów będzie równa:

$$i_{C1} - i_{C2} = \alpha I \tanh(y) = \alpha I \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right)$$

Jeśli prąd I potraktujemy jako jeden z przetwarzanych sygnałów wówczas otrzymujemy mnożenie czynnika $\tanh(x)$ oraz prądu I . Czynniki $\tanh(x)$, dla silnego ograniczenia wartości $x \ll 1$ (czyli dla $v_{ID} \ll 2V_T$) możemy przybliżyć funkcją liniową.

$$\tanh(x) \approx x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \dots$$

Stąd, jeśli $v_{ID} \ll 2V_T$ wówczas:

$$i_{C1} - i_{C2} \approx \alpha I \left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right)$$

UWAGA: rozwinięcie prądu wyjściowego w szereg potęgowy dla pary różnicowej nie ma czynników parzystych – co skutkuje zmniejszonymi zniekształceniami sygnałów harmonicznymi.

Para różnicowa c.d.

Rozwijamy w szereg potęgowy i ograniczamy do czynnika rzędu 4:

$$i_{C1} - i_{C2} = \alpha I \tanh(y) = \alpha I \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right) = \alpha I \left(\frac{v_{ID}}{2V_T} - \frac{1}{3} \left(\frac{v_{ID}}{2V_T} \right)^3 + \dots \right) \approx \alpha I \left(\frac{v_{ID}}{2V_T} + \frac{v_{ID}^3}{24V_T^3} \right)$$

$$i_{C1} - i_{C2} = f(v_{ID}) = K_0 + K_1 v_{IN} + K_2 v_{IN}^2 + K_3 v_{IN}^3 + K_4 v_{IN}^4$$

$$K_0 = 0 \quad K_1 = \frac{\alpha I}{2V_T} \quad K_2 = 0 \quad K_3 = -\frac{\alpha I}{24V_T^3} \quad K_4 = 0$$

$$\tanh(x) \approx x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \dots$$

$$HD_2 \approx \frac{1}{2} \frac{K_2}{K_1} B = 0$$

$$HD_3 \approx \frac{1}{4} \frac{K_3}{K_1} B^2 = \frac{1}{4} \frac{2V_T}{24V_T^3} B^2 = \frac{1}{48V_T^2} B^2 \Rightarrow THD \approx HD_3 \Rightarrow B = \sqrt{48V_T^2 THD}$$

Przykładowo dla THD < 1% amplituda sygnału harmonicznego podawanego na wejście pary różnicowej musi być:

$$B < \sqrt{48V_T^2 THD} = \sqrt{48 \cdot 25[\text{mV}]^2 0,01} = 17,3[\text{mV}]$$

Para różnicowa c.d.

Wzmocnienie sygnałów harmoniczných, które jest transkonduktancją dla pary różnicowej, będzie równe:

$$GM_H = K_1 + \frac{3}{4} K_3 B^2 = \frac{\alpha I}{2V_T} - \frac{3}{4} \frac{\alpha I}{24V_T^3} B^2$$

Oznaczając jako transkonduktancja małosygnałowa: $gm = \frac{\alpha I}{2V_T}$ otrzymujemy:

$$GM_H = gm \left(1 - \frac{1}{16V_T^2} B^2 \right)$$

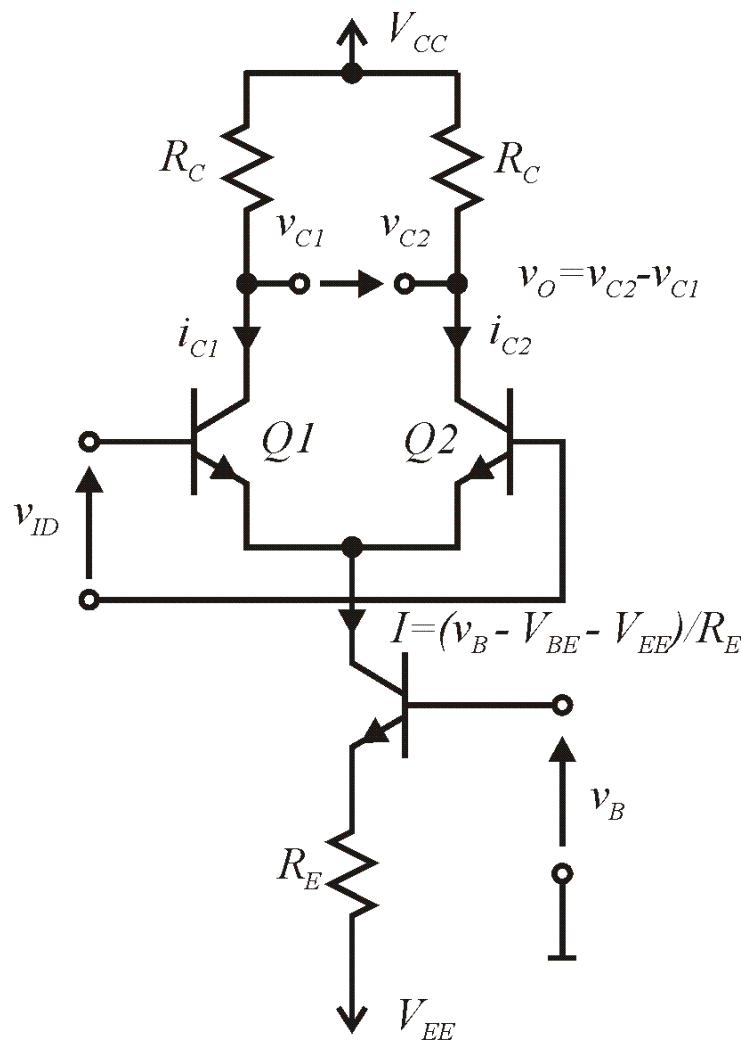
Powyższe obliczenia są ważne tak długo jak długo czynniki wyższych rzędów nie są dominujące, aby to obliczyć możemy zastosować nierówność:

$$\tanh(x) \approx x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \dots \quad \left| \frac{2x^5}{15} \right| \ll \left| -\frac{x^3}{3} \right| \Rightarrow |x| \ll \sqrt{5/2}$$

Ponieważ: $x = \frac{v_{ID}}{2V_T}$ więc: $|v_{ID}| \ll 2V_T \sqrt{5/2} = 80[\text{mV}]$

W praktyce, ze względu na kwadratową zależność pomiędzy wsp. rz. 5 i 3 wystarczy ograniczenie $v_{ID} < 2V_T$.

Para różnicowa jako prosty mnożnik



Rys. 11. Para różnicowa bipolarna ze źródłem prądowym realizowanym na tranzystorze Q3.

Różnica prądów kolektorów będzie równa:

$$i_{C1} - i_{C2} = \alpha I \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right) = \alpha \frac{v_B - V_{BE} - V_{EE}}{R_E} \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right)$$

$$= \alpha \frac{v_B}{R_E} \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right) + \alpha \frac{-V_{BE} - V_{EE}}{R_E} \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right)$$

Natomiast napięcie wyjściowe jest równe:

$$v_O = v_{C2} - v_{C1} = V_{CC} - i_{C2}R_C - (V_{CC} - i_{C1}R_C)$$

$$= i_{C1}R_C - i_{C2}R_C = (i_{C1} - i_{C2})R_C$$

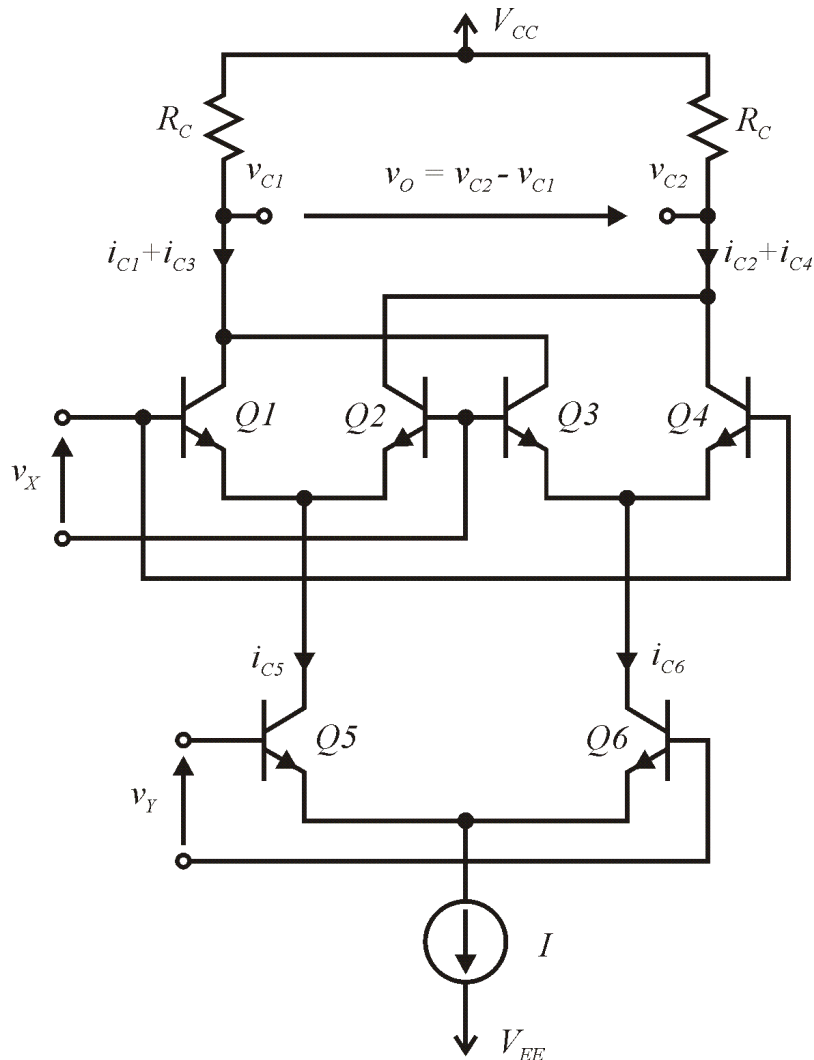
A więc:

$$v_O = \alpha \frac{v_B}{R_E} \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right) R_C \quad \leftarrow \text{mnożenie}$$

$$+ \alpha \frac{-V_{BE} - V_{EE}}{R_E} \tanh\left(\frac{v_{ID}}{2V_T}\right) R_C \quad \leftarrow \text{wzmocnienie}$$

Modulator zrównoważony

Dla uproszczenia przyjęto $\alpha=1$, więc prądy kolektorów równe są prądom emiterów.



Rys. 12. Modulator zrównoważony.

$$i_o = (i_{C1} + i_{C3}) - (i_{C2} + i_{C4}) = (i_{C1} - i_{C2}) - (i_{C4} - i_{C3})$$

$$= i_{C5} \tanh\left(\frac{v_X}{2V_T}\right) - i_{C6} \tanh\left(\frac{v_X}{2V_T}\right)$$

$$= (i_{C5} - i_{C6}) \tanh\left(\frac{v_X}{2V_T}\right)$$

$$= I \tanh\left(\frac{v_X}{2V_T}\right) \tanh\left(\frac{v_Y}{2V_T}\right)$$

$$= \left|_{v_X \ll 2V_T; v_Y \ll 2V_T} I \left(\frac{v_X}{2V_T}\right) \left(\frac{v_Y}{2V_T}\right)\right.$$

$$\tanh(x) \approx x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \dots$$

$$v_O = v_{C2} - v_{C1}$$

$$= V_{CC} - (i_{C2} + i_{C4})R_C - (V_{CC} - (i_{C1} + i_{C3})R_C)$$

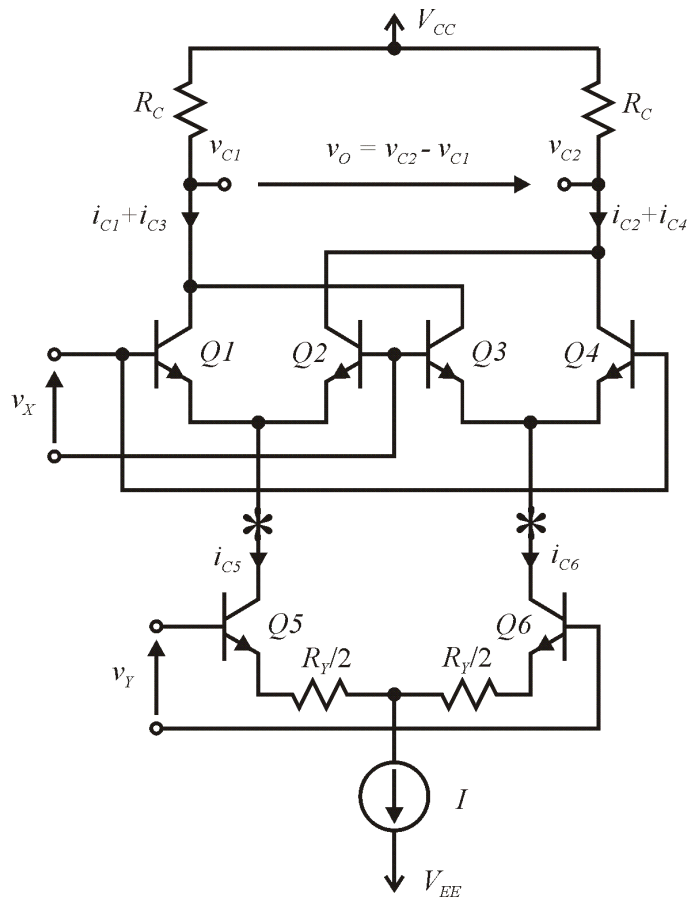
$$= (i_{C1} + i_{C3})R_C - (i_{C2} + i_{C4})R_C = i_o R_C$$

$$\approx I \left(\frac{v_X}{2V_T}\right) \left(\frac{v_Y}{2V_T}\right) R_C = K_V v_X v_Y$$

Mnożnik – zwiększenie zakresu liniowości dla wejścia Y

Dla układów przedstawionych poniżej, zakładając że sygnał v_Y przechodzi do emiterów tranzystorów bez zmniejszenia wartości, prądy kolektorów będą równe:

$$i_{C5} = \frac{I}{2} + \frac{v_Y}{R_Y} \quad i_{C6} = \frac{I}{2} - \frac{v_Y}{R_Y} \quad i_{C5} - i_{C6} = 2 \frac{v_Y}{R_Y} \quad i_O = (i_{C5} - i_{C6}) \tanh\left(\frac{v_X}{2V_T}\right) = 2 \frac{v_Y}{R_Y} \tanh\left(\frac{v_X}{2V_T}\right) = \left|_{v_X \ll 2V_T} \frac{v_X}{V_T} \frac{v_Y}{R_Y}\right.$$

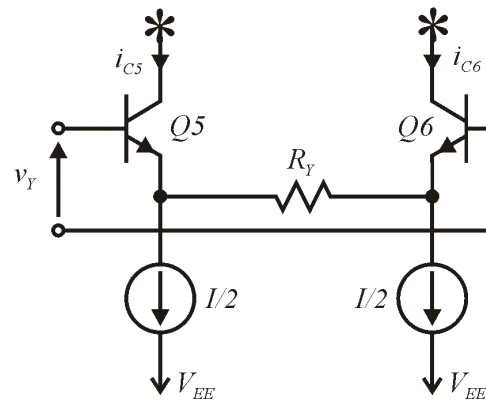


Warunek przejścia sygnału 1:1 na emitory $Q5$ i $Q6$ (z modelu małosygnałowego T):

$$\frac{R_Y}{2} \gg r_{e5,6} \Rightarrow \frac{R_Y}{2} \gg \frac{V_T}{I/2} \Rightarrow R_Y \gg 4 \frac{V_T}{I}$$

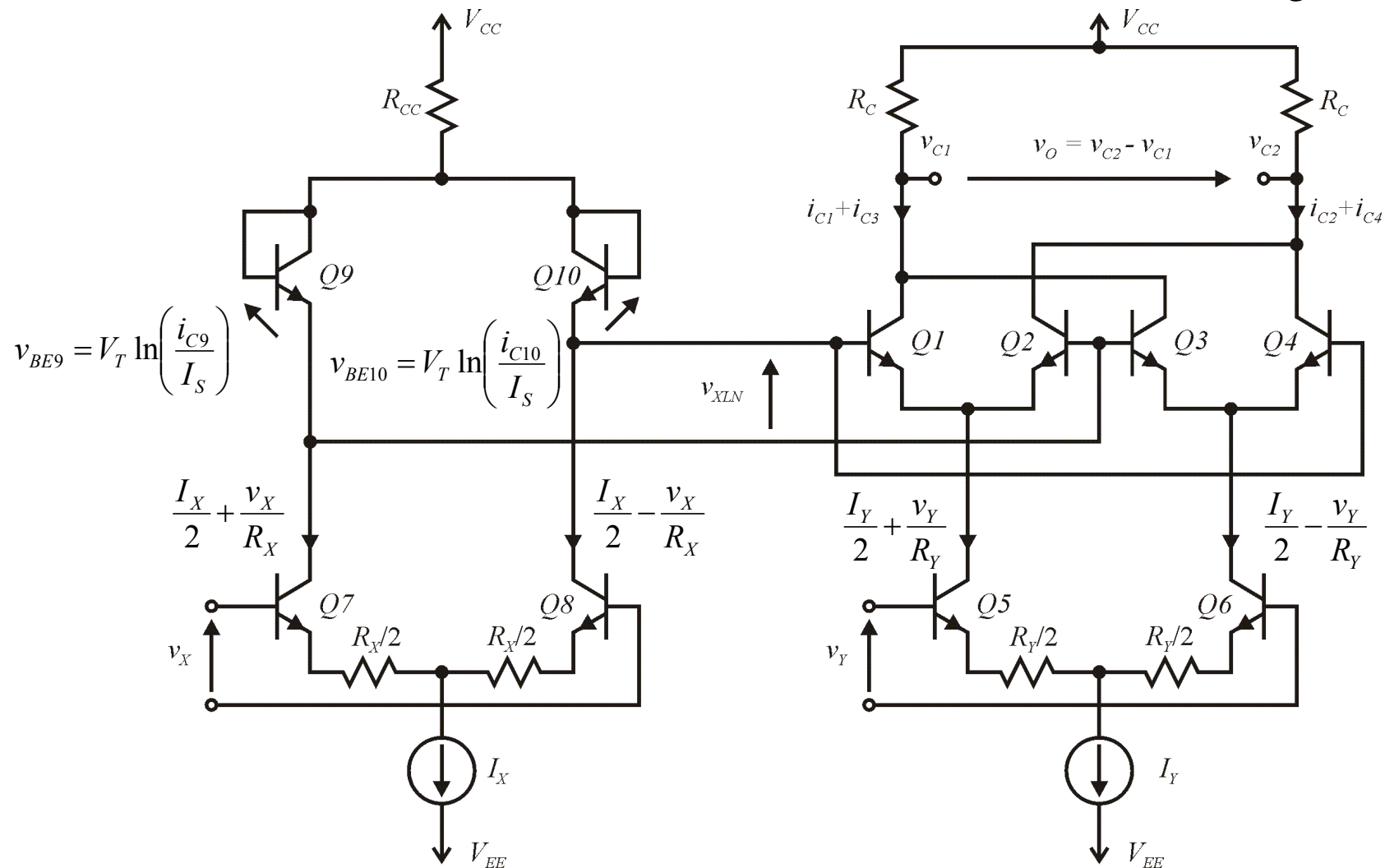
Warunek nie wyczerpania prądu $I/2$:

$$\frac{I}{2} > \left| \frac{v_Y}{R_Y} \right| \Rightarrow |v_Y| < \frac{1}{2} I R_Y$$



Rys. 13. Linearyzacja wejścia Y modulatora zrównoważonego.

Mnożnik Gilberta – zwiększenie zakresu liniowości dla obu wejść



Rys. 14. Mnożnik z użyciem modulatora zrównoważonego i linearyzacji wejścia X na układzie Gilberta (tranzystory Q9-10 i Q1-4).

Dla uproszczenia przyjęto $\alpha=1$, więc prądy kolektorów równe są prądom emiterów. Założono, że tranzystory są identyczne w parach. Napięcie baza – emiter można oszacować jako:

$$i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \Rightarrow v_{BE} = V_T \ln \frac{i_C}{I_S}$$

Dla napięcia oznaczonego jako v_{XLN} można ułożyć napięciowe prawa Kirchhoffa:

$$v_{XLN} = v_{BE1} - v_{BE2} = v_{BE9} - v_{BE10} \qquad v_{XLN} = v_{BE4} - v_{BE3} = v_{BE9} - v_{BE10}$$

Stąd:

$$V_T \ln \frac{i_{C1}}{I_{S1}} - V_T \ln \frac{i_{C2}}{I_{S2}} = V_T \ln \frac{i_{C9}}{I_{S9}} - V_T \ln \frac{i_{C10}}{I_{S10}} \Rightarrow \ln \frac{i_{C1}}{i_{C2}} = \ln \frac{i_{C9}}{i_{C10}} \Rightarrow \frac{i_{C1}}{i_{C2}} = \frac{i_{C9}}{i_{C10}}$$

Podstawiając do powyższego równania $i_{C9} = I_X/2 + v_X/R_X$ $i_{C10} = I_X/2 - v_X/R_X$ oraz znajdując różnicę prądów otrzymujemy:

$$i_{C1} - i_{C2} = i_{C5} \left(\frac{2}{I_X} \frac{v_X}{R_X} \right)$$

Podobnie postępując dla pary Q3 i Q4 ich różnicę prądów można określić jako:

$$i_{C4} - i_{C3} = i_{C6} \left(\frac{2}{I_X} \frac{v_X}{R_X} \right)$$

Stąd prąd wyjściowy będący różnicą prądów odpowiednich par jest równy:

$$i_o = (i_{C1} + i_{C3}) - (i_{C2} + i_{C4}) = (i_{C1} - i_{C2}) - (i_{C4} - i_{C3}) = i_{C5} \left(\frac{2}{I_X} \frac{v_X}{R_X} \right) - i_{C6} \left(\frac{2}{I_X} \frac{v_X}{R_X} \right)$$

$$= (i_{C5} - i_{C6}) \left(\frac{2}{I_X} \frac{v_X}{R_X} \right) = \left(2 \frac{v_Y}{R_Y} \right) \left(\frac{2}{I_X} \frac{v_X}{R_X} \right) = v_X v_Y \frac{4}{I_X R_X R_Y}$$

Powyższa zależność jest ograniczona dla napięć wejściowych zerujących jeden z prądów dolnych par różnicowych, czyli dla napięć wejściowych w zakresie:

$$\frac{I_X}{2} > \left| \frac{v_X}{R_X} \right| \Rightarrow |v_X| < \frac{1}{2} I_X R_X \quad \frac{I_Y}{2} > \left| \frac{v_Y}{R_Y} \right| \Rightarrow |v_Y| < \frac{1}{2} I_Y R_Y$$

Napięcie wyjściowe, podobnie jak dla poprzednich układów można wyznaczyć jako:

$$v_o = v_{C2} - v_{C1} = V_{CC} - (i_{C2} + i_{C4})R_C - (V_{CC} - (i_{C1} + i_{C3})R_C)$$

$$= (i_{C1} + i_{C3})R_C - (i_{C2} + i_{C4})R_C = i_o R_C = v_X v_Y \frac{4}{I_X R_X R_Y} R_C = K_V v_X v_Y$$

$$K_V = \frac{4R_C}{I_X R_X R_Y}$$

Układ przetwornika napięcia (prądu) różnicowego

Dla układu jak na przedstawionym schemacie prądowe pr. Kirchhoffa w węzłach wejściowych wzmacniacza operacyjnego A można zapisać jako:

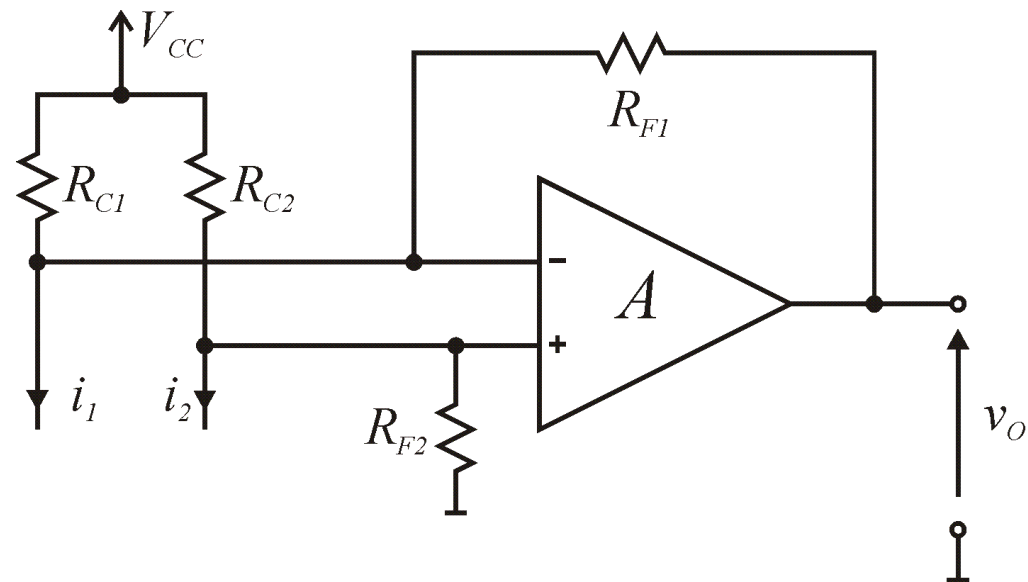
$$\frac{V_{CC} - v_-}{R_{C1}} + \frac{v_O - v_-}{R_{F1}} = i_1 \quad \frac{V_{CC} - v_+}{R_{C2}} = \frac{v_+}{R_{F2}} + i_2$$

Jeśli założymy równość rezystorów

$$R_{C1} = R_{C2} = R_C \quad \text{oraz} \quad R_{F1} = R_{F2} = R_F$$

oraz wzmocnienie wzmacniacza A dążące do nieskończoności wówczas napięcie wyjściowe jest równe:

$$v_O = (i_1 - i_2)R_F$$

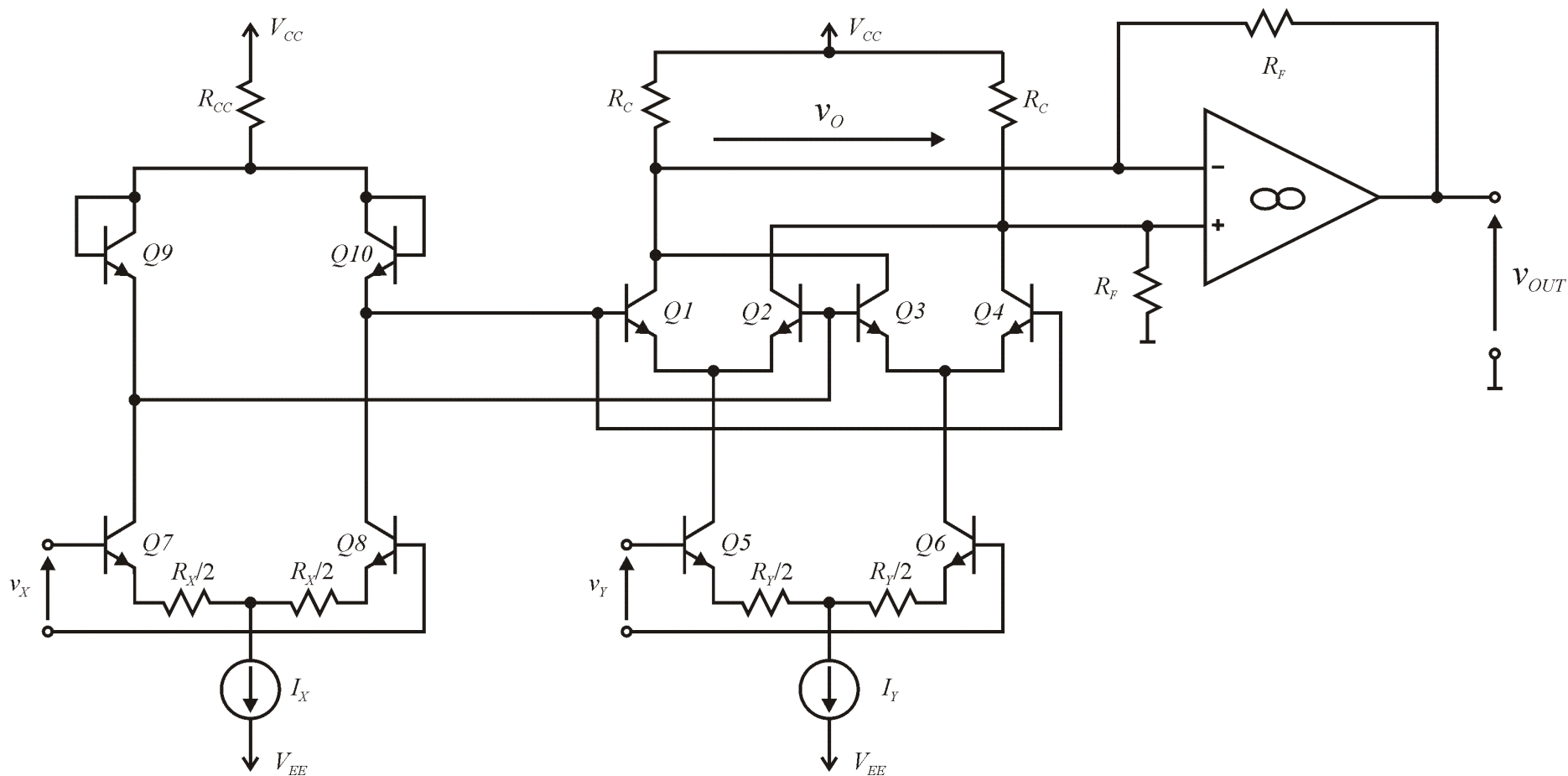


Rys. 15. Przetwornik sygnału wyjściowego symetrycznego na pojedynczy.

$$v_{OUT} = i_O R_F = v_X v_Y \frac{4}{I_X R_X R_Y} R_F$$

$$K_V = \frac{4R_F}{I_X R_X R_Y}$$

$$v_O \neq i_O R_C$$

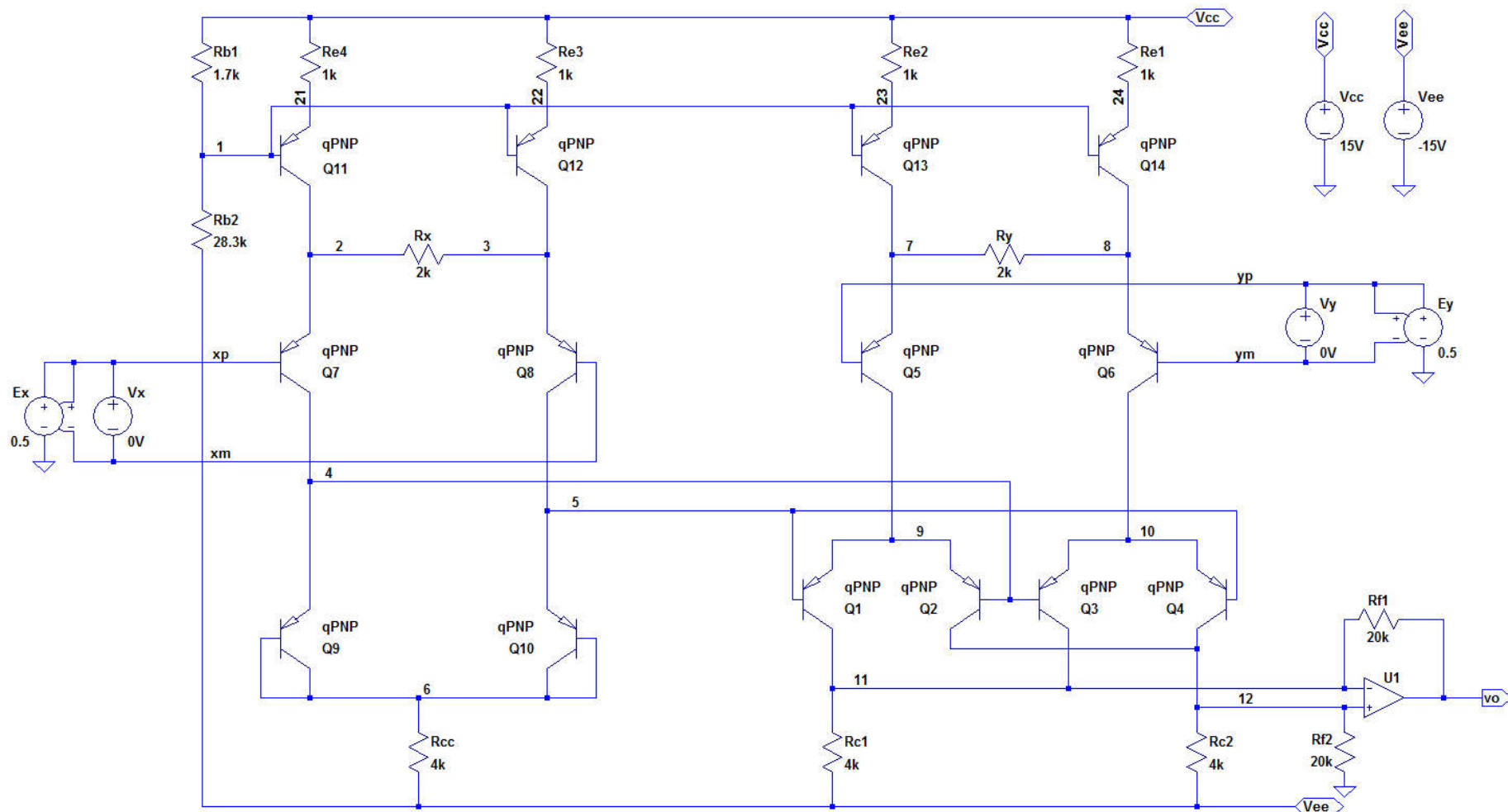


Rys. 16. Pełen schemat zlinearyzowanego mnożnika czteroćwiartkowego z przetwornikiem sygnału wyjściowego.

Zadanie nr 2 – mnożnik bipolarny Gilberta

Dla układu mnożnika Gilberta na tranzystorach bipolarnych pnp należy wyznaczyć:

- punkt pracy, współczynnik mnożnika, zakresy dopuszczalnych napięć wejściowych, węzłem wyjściowym jest VO,
- założyć w obliczeniach $\beta=100$, $\alpha \approx 1$ oraz idealny WO.



Rys. 17. Mnożnik czteroćwiartkowy z wykorzystaniem tranzystorów pnp.

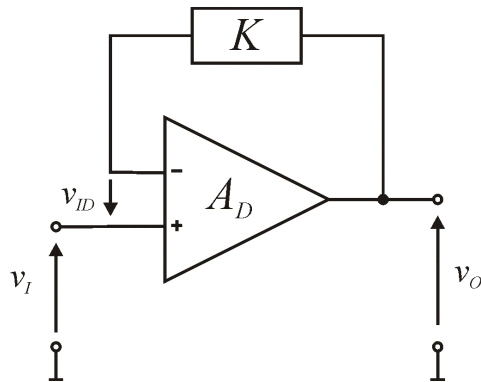
Realizacja wybranych funkcji nieliniowych

- Dzielenie.
- Podnoszenie do kwadratu.
- Pierwiastkowanie.
- Logarytm.
- Układ wykładniczy.

WO idealny

zasada pozornego zwarcia

Dla idealnego WO wzmacnienie różnicowe A_D dąży do nieskończoności.
Założmy, że WO pracuje w pętli u.s.z. jak np. na rysunku poniżej.



Rys. 19. Wzmacniacz operacyjny objęty pętlą ujemnego sprzężenia zwrotnego K .

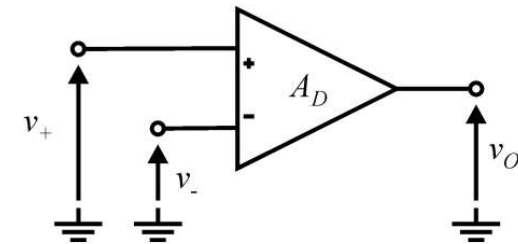
Równania układowe dla powyższego przypadku:

$$v_O = A_D v_{ID} = A_D (v_I - v_O K) \Rightarrow v_O (1 + A_D K) = A_D v_I \Rightarrow v_O = v_I \frac{A_D}{1 + A_D K} \Big|_{A_D \rightarrow \infty} = v_I / K$$

A ile wynosi wartość napięcia różnicowego?

$$v_{ID} = \frac{v_O}{A_D} = \frac{v_I \frac{A_D}{1 + A_D K}}{A_D} = v_I \frac{1}{1 + A_D K} \Big|_{A_D K \rightarrow \infty} = 0$$

W idealnym WO objętym u.s.z. różnica napięć pomiędzy wejściami dąży do zera co w praktyce oznacza powstanie „wirtualnego” zwarcia pomiędzy wejściami wzmacniacza.



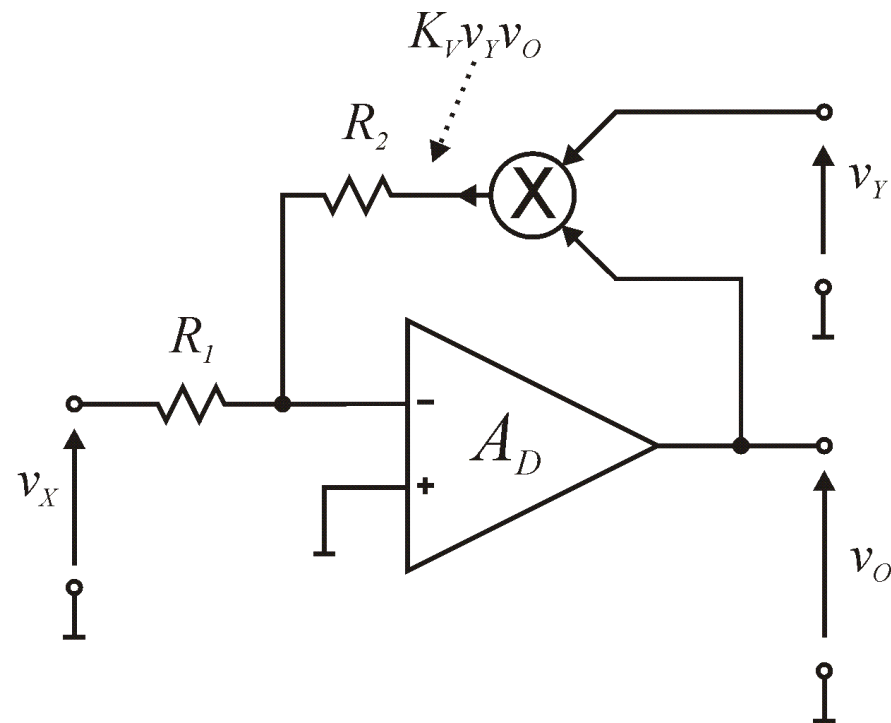
$$v_O = A_D (v_+ - v_-) \quad v_{ID} = v_+ - v_-$$

Rys. 18. Symbol wzmacniacza operacyjnego.

Układ dzielący

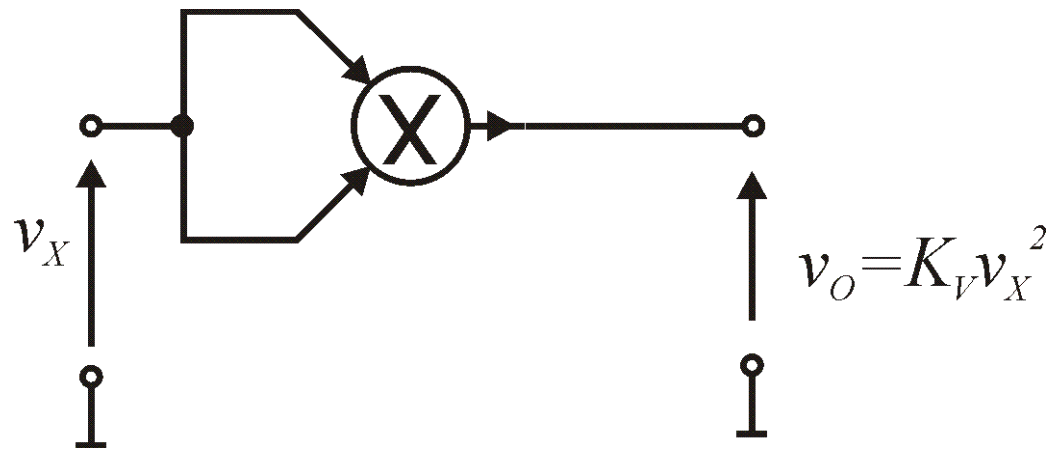
Zakładając U.S.Z. napięcie v_Y jest ograniczone do wartości dodatnich. Równanie prądowe przy założeniu idealnego WO:

$$i_{R1} = \frac{v_X}{R_1} = \frac{-K_V v_Y v_O}{R_2} \Rightarrow v_O = -\frac{R_2}{K_V v_Y} \frac{v_X}{R_1} = -\frac{R_2}{K_V R_1} \frac{v_X}{v_Y}$$



Rys. 20. Układ realizujący dzielenie napięć.

Podnoszenie do kwadratu

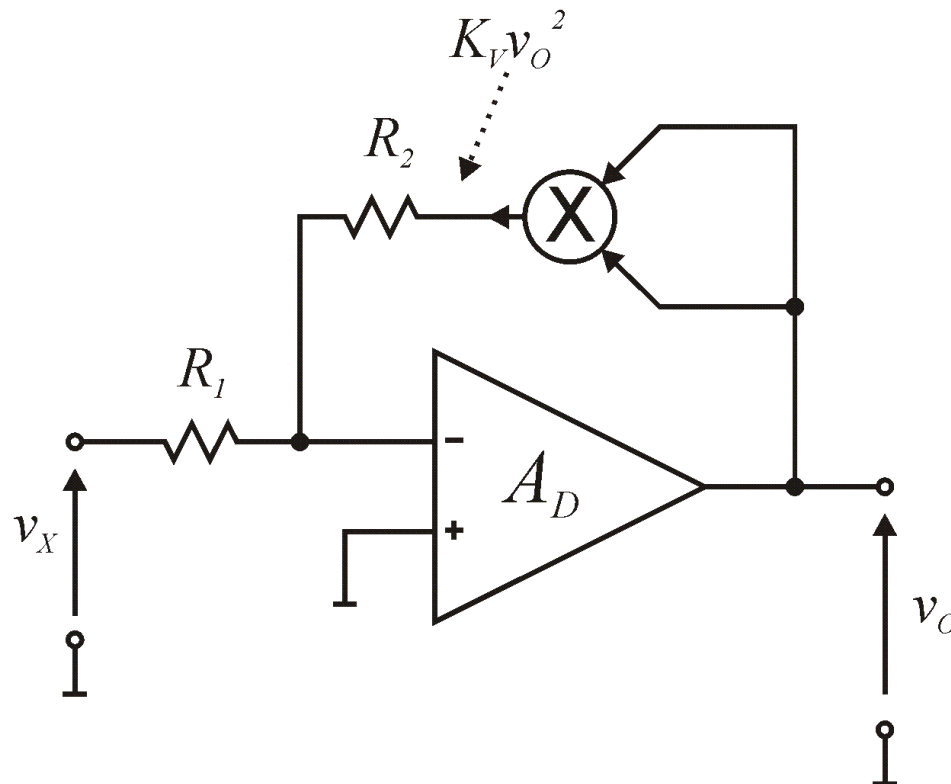


Rys. 21. Realizacja funkcji podnoszenia do kwadratu przy użyciu mnożnika.

Pierwiastkowanie

Zakładając U.S.Z. napięcie v_o jest ograniczone do wartości dodatnich a więc napięcie wejściowe musi być ujemne! Równanie prądowe przy założeniu idealnego WO:

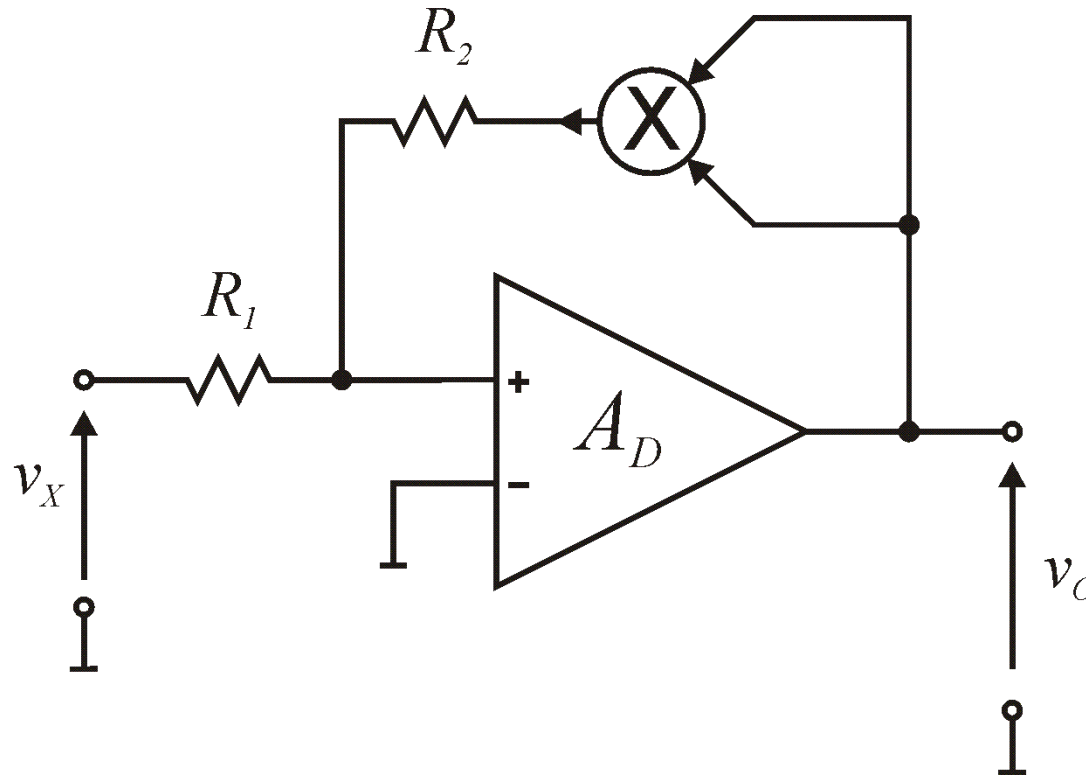
$$i_{R1} = -\frac{v_X}{R_1} = \frac{K_V v_o^2}{R_2} \Rightarrow v_o = \sqrt{-v_X \frac{R_2}{K_V R_1}}$$



Rys. 22. Realizacja funkcji pierwiastkowania.

Zadanie nr 3

Czy układ przedstawiony na poniższym rysunku może działać z wykorzystaniem U.S.Z. ? Jeśli tak to dla jakich warunków i jaka będzie wtedy realizowana funkcja przetwarzająca?

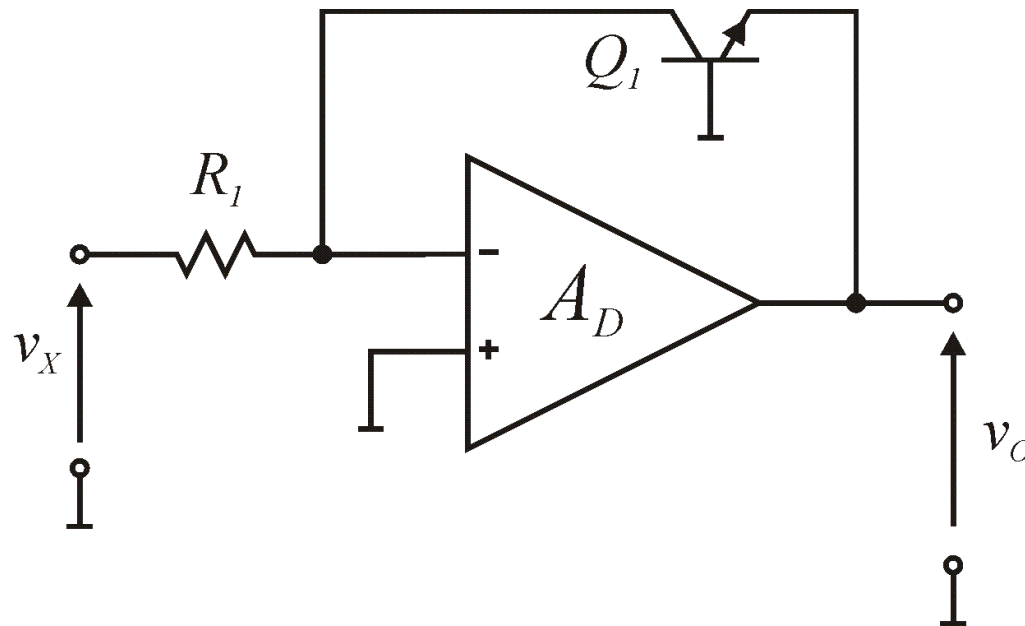


Rys. 23. Czy układ z rysunku powyżej może działać jako objęty pętlą u.s.z.?

Logarytmowanie

Zakładając U.S.Z. oraz dodatni prąd kolektora tranzystora npn napięcie v_X jest ograniczone do wartości dodatnich. Równanie prądowe przy założeniu idealnego WO:

$$i_{R_1} = \frac{v_X}{R_1} = i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} = I_S e^{\frac{-v_O}{V_T}} \Rightarrow \ln\left(\frac{v_X}{I_S R_1}\right) = \frac{-v_O}{V_T} \Rightarrow v_O = -V_T \ln\left(\frac{v_X}{I_S R_1}\right)$$

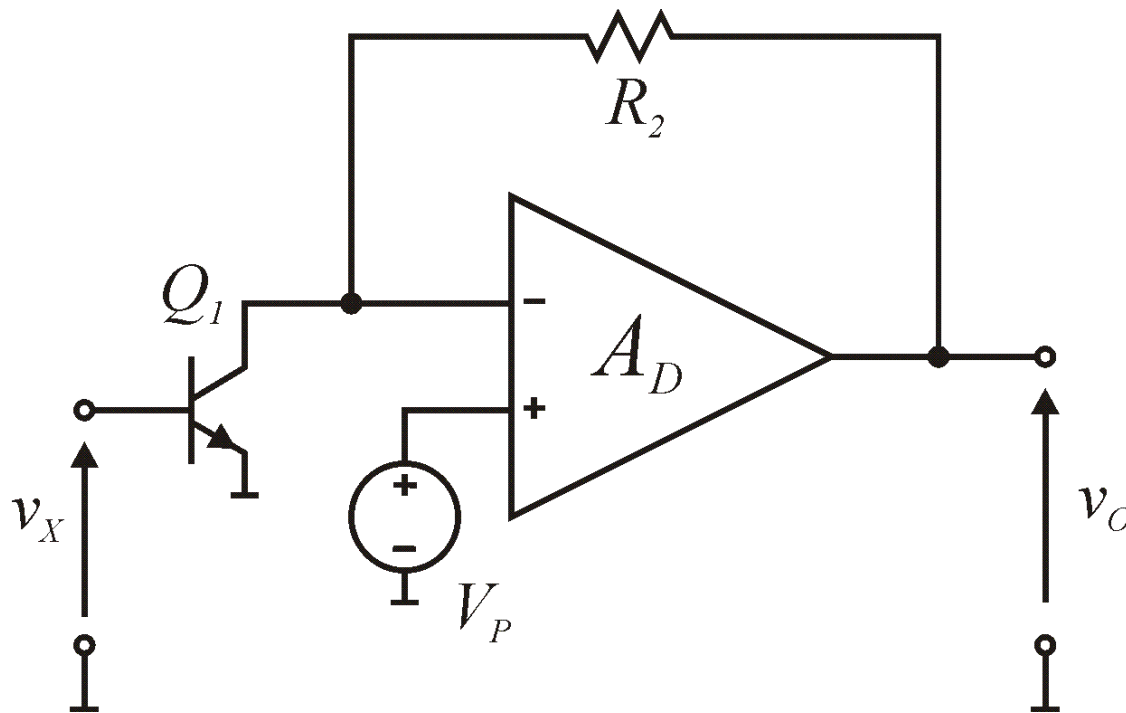


Rys. 24. Układ realizujący funkcję Logarytmowania.

Układ wykładniczy

Zakładając U.S.Z. oraz dodatni prąd kolektora tranzystora npn napięcie v_X jest ograniczone do wartości dodatnich. Równanie prądowe przy założeniu idealnego WO:

$$i_{R_2} = \frac{v_O - V_P}{R_2} = i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} = I_S e^{\frac{v_X}{V_T}} \Rightarrow v_O = R_2 I_S e^{\frac{v_X}{V_T}} + V_P$$



Ze względu na konieczność wymuszenia pracy tranzystora npn w zakresie aktywnym niezbędne jest zastosowanie napięcia polaryzującego V_P , $v_{CE} = V_P$.

Rys. 25. Układ realizujący funkcję eksponencjalną.

Generatory drgań sinusoidalnych [2]

Podział generatorów drgań sinusoidalnych:

- układy sprzężeniowe (czwórnikowe),
- układy z użyciem od tłumienia (dwójnikowe), ujemna rezystancja (konduktancja) od tłumiająca też często jest realizowania również przez sprzężenie zwrotne.

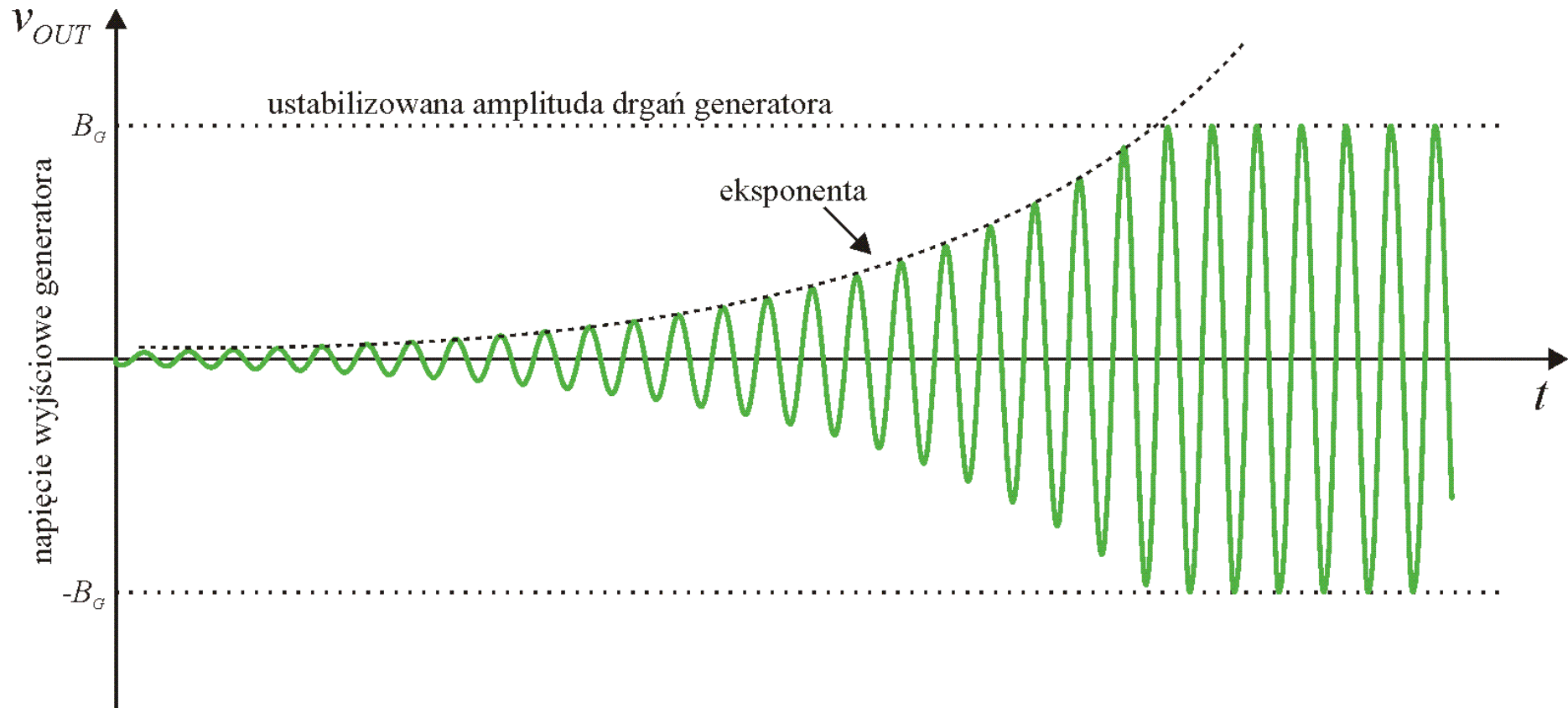
Zasada generacji drgań sinusoidalnych

- transmitancja układu musi posiadać parę biegunów zespolonych sprzężonych w prawej półpłaszczyźnie – wówczas układ jest niestabilny i wytwarza eksponencjalnie narastające drgania sinusoidalne,
- stan powyższy trwa od momentu zainicjowania (włączenia zasilania, zwarcia pętli sprzężenia zwrotnego) do momentu osiągnięcia drgań o amplitudzie powodującej pojawienie się znaczących zniekształceń nieliniowych,
- wówczas następuje zjawisko ograniczenia wzrostu amplitudy drgań na nieliniowościach obwodu,
- amplituda drgań stabilizuje się, osiągnięty został tak zwany stan ustalony generacji.

Analiza generatorów drgań sinusoidalnych

- W ogólności opis pracy generatora można wykonać poprzez nieliniowe równanie różniczkowe (co najmniej drugiego rzędu) jednak jego rozwiązanie analityczne jest zazwyczaj b. trudne.
- Zamiast powyższej analizy wykonuje się zastępczo dwie następujące analizy:
 - liniową małosygnałową analizę warunków powstania generacji (sprawdzenie czy w układzie dojdzie do generacji drgań) oraz
 - przybliżoną analizę z wykorzystaniem metody funkcji opisującej w celu analizy stanu ustalonego generacji (wyznaczenie amplitudy drgań).

Proces powstawania drgań



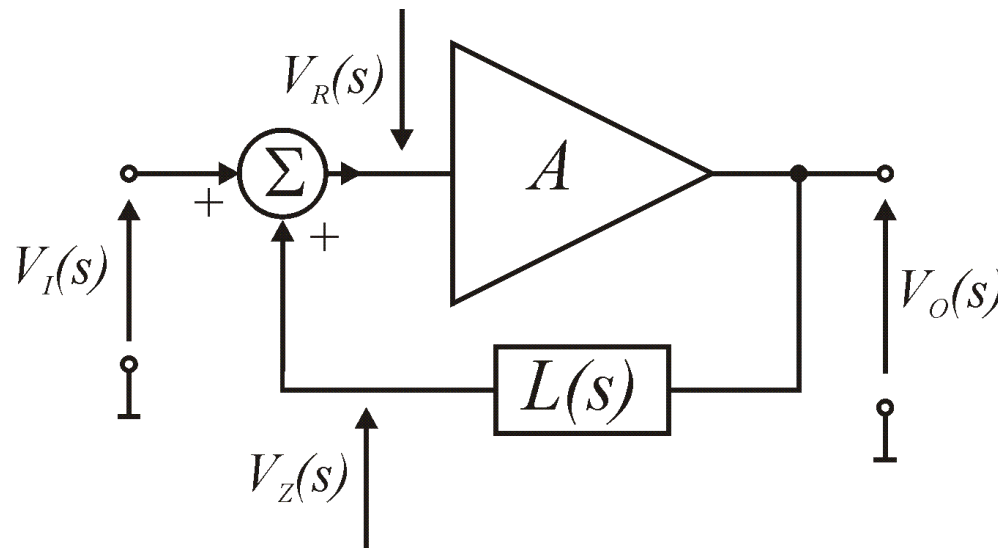
Rys. 26. Proces powstawania i stabilizacji amplitudy drgań harmoniczných w generatorze z zastosowaniem dodatniego sprzężenia zwrotnego.

Analiza małosygnalowa warunków generacji [2]

Dla wzmacniacza z dodatnim sprzężeniem zwrotnym wzmocnienie jest równe:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{A}{1 - AL(s)}$$

Jeśli sygnał zwrotny $V_Z(s)$ dla pewnej częstotliwości „jest w fazie” oraz jest większy niż $V_R(s)$ wzmacniacza z dodatnim sprzężeniem zwrotnym staje się generatorem (układem niestabilnym).



Rys. 27. Wzmacniacz objęty pętlą dodatniego sprzężenia zwrotnego. Przy spełnieniu warunków generacji układ wytwarza drgania harmoniczne.

Wzmocnienie otwartej pętli natomiast można wyrazić wzorem:

$$H_o(s) = \frac{V_Z(s)}{V_R(s)} = AL(s)$$

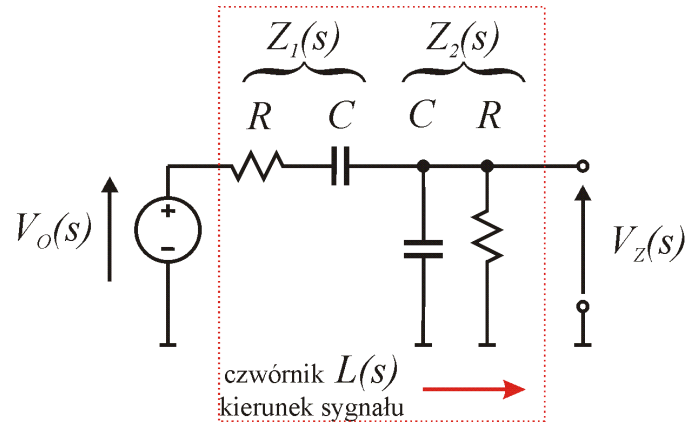
Funkcja czasu i transformata Laplace'a

$$e^{at} \sin bt \Leftrightarrow \frac{b}{(s-a)^2 + b^2}$$

Aby wzmacniacz ze sprzężeniem zwrotnym rozpoczął generację przebiegów harmonicznycy jego transmitancja musi posiadać parę biegunów zespolonych sprzężonych w prawej półpłaszczyźnie.

Analiza małosygnałowa warunków generacji, c.d.

Założmy, że $L(s)$ jest wykonane z wykorzystaniem sieci RC w postaci jak na schemacie:



$$L(s) = \frac{V_Z(s)}{V_o(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)}$$

$$Z_1(s) = R + \frac{1}{sC} = \frac{RsC + 1}{sC} \quad Z_2(s) = \frac{1}{1/R + sC} = \frac{R}{1 + RsC}$$

Rys. 28. Przykład realizacji czwórnika sprzężenia zwrotnego $L(s)$.

Więc:

$$\begin{aligned} L(s) &= \frac{\frac{R}{1 + RsC}}{\frac{1 + RsC}{sC} + \frac{R}{1 + RsC}} = \frac{R}{\frac{(1 + RsC)^2}{sC} + R} = \frac{RsC}{(1 + RsC)^2 + RsC} = \frac{RCs}{(RC)^2 s^2 + 3RCs + 1} \\ &= \frac{\frac{1}{RC} s}{s^2 + \frac{3}{RC} s + \frac{1}{(RC)^2}} = \frac{\frac{1}{RC} s}{(s + \delta_1)(s + \delta_2)} \end{aligned}$$

gdzie: $\Delta = b^2 - 4ac = 9/(RC)^2 - 4/(RC)^2 = 5/(RC)^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{5}/(RC)$

$$-\delta_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3/(RC) - \sqrt{5}/(RC)}{2} = -\frac{1}{RC} \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$-\delta_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{1}{RC} \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

Analiza małosygnałowa warunków generacji, c.d.

Transmitancja układu z dodatnim sp. zw. jest więc równa:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{A}{1 - AL(s)} = \frac{A}{1 - A \frac{\frac{1}{RC}s}{(s + \delta_1)(s + \delta_2)}} = \frac{A(s + \delta_1)(s + \delta_2)}{(s + \delta_1)(s + \delta_2) - \frac{A}{RC}s}$$

A bieguny tej transmitancji można wyznaczyć poprzez rozwiązanie równania:

$$(s + \delta_1)(s + \delta_2) - \frac{A}{RC}s = 0 \Rightarrow s^2 + s\left(\delta_1 + \delta_2 - \frac{A}{RC}\right) + \delta_1\delta_2 = 0$$

$$\Delta = \left(\delta_1 + \delta_2 - \frac{A}{RC}\right)^2 - 4\delta_1\delta_2 \quad \text{podstawiając:} \quad \delta_1 = \frac{1}{RC} \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \quad \delta_2 = \frac{1}{RC} \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \left(\delta_1 + \delta_2 - \frac{A}{RC}\right)^2 - 4\delta_1\delta_2 = \left(\frac{3}{RC} - \frac{A}{RC}\right)^2 - 4 \frac{1}{(RC)^2} \frac{1}{4} (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) \\ &= \frac{1}{(RC)^2} (3 - A)^2 - 4 \frac{1}{(RC)^2} = \frac{1}{(RC)^2} [(3 - A)^2 - 4] \quad \sqrt{\Delta} = \frac{1}{RC} \sqrt{(3 - A)^2 - 4} \end{aligned}$$

Stąd położenie biegunów transmitancji jest określone poprzez:

$$b_{1,2} = \frac{-\left(\delta_1 + \delta_2 - \frac{A}{RC}\right) \pm \sqrt{\Delta}}{2}$$

Analiza małosygnalowa warunków generacji, c.d.

Bieguny zespolone sprzężone pojawiają się dla $\Delta < 0$ czyli jeśli:

$$(3-A)^2 - 4 < 0 \Rightarrow (3-A)^2 < 4 \Rightarrow -2 < 3-A < 2 \Rightarrow -5 < -A < -1 \Rightarrow 5 > A > 1$$

Bieguny zespolone będą leżały w prawej półpłaszczyźnie jeśli:

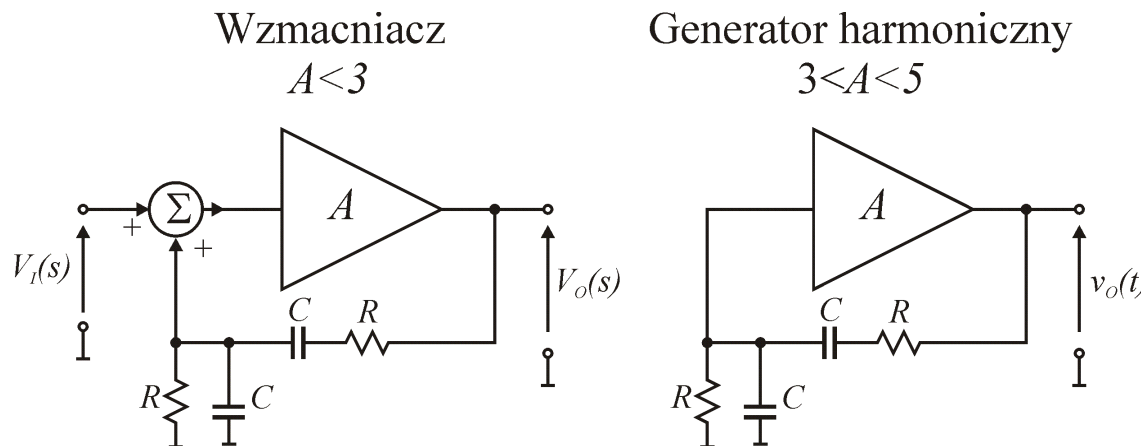
$$\frac{A}{RC} - (\delta_1 + \delta_2) > 0 \quad \text{podstawiając:} \quad \delta_1 = \frac{1}{RC} \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \delta_2 = \frac{1}{RC} \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{A}{RC} - \frac{3}{RC} > 0 \Rightarrow A > 3$$

Dla $A < 3$ drgania maleją, $A = 3$ układ generuje stały przebieg harmoniczny, dla $A > 3$ i $A < 5$ wytwarzany jest przebieg harmoniczny eksponcjalnie narastający.

Pulsacja drgań: $\omega_G = \sqrt{\delta_1 \delta_2} = \frac{1}{RC}$

$A = 3 = A_{MIN} \rightarrow$ wzmocnienie, przekroczenie którego powoduje powstanie drgań!!!



Rys. 29. Po spełnieniu warunków generacji wzmacniacz staje się generatorem drgań harmonicznym.

Dla $A > 5$ powstaną drgania nieharmoniczne.

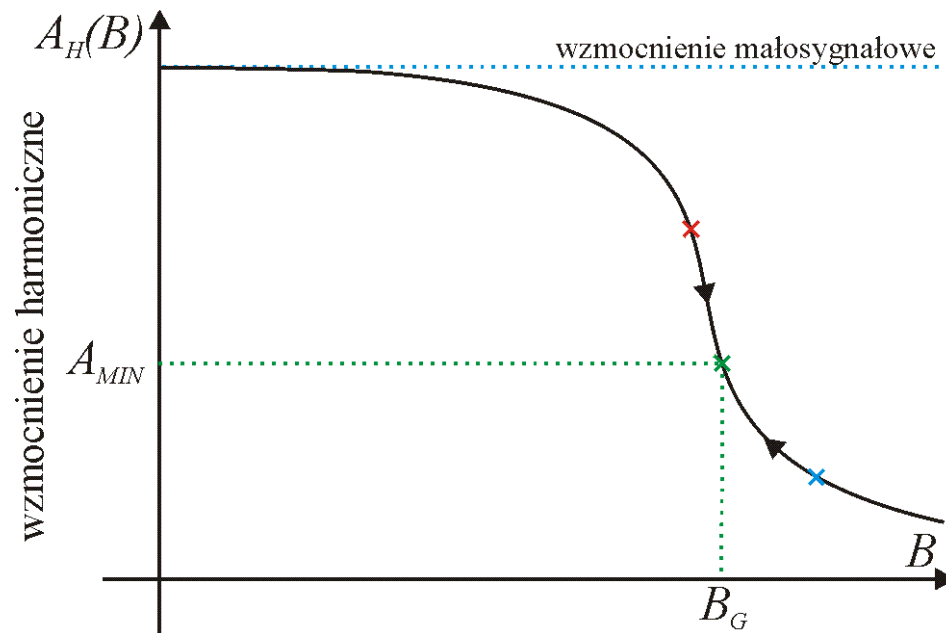
Podsumowanie warunków generacji

- Dla układu z dodatnim sprzężeniem zwrotnym jeśli wzmacnienie pętli przekroczy 1 układ staje się generatorem -> powstają bieguny w prawej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej s .
- Aby powyższe nastąpiło wzmacnienie wzmacniacza musi przekroczyć wartość graniczną A_{MIN} , $A_{MIN} * L(s) = 1$.
- Jeśli bieguny utworzą parę zespoloną sprzężoną wówczas drgania będą harmoniczne, w przeciwnym wypadku będą to inne drgania lub nawet nasycenie układu do napięcia zasilającego.
- Jeśli wzmacnienie $A > A_{MIN}$ wówczas drgania narastają eksponencjalnie.
- W rzeczywistych układach amplituda drgań zostanie ograniczona albo napięciem zasilającym albo poprzez nieliniowość elementów wzmacniających.

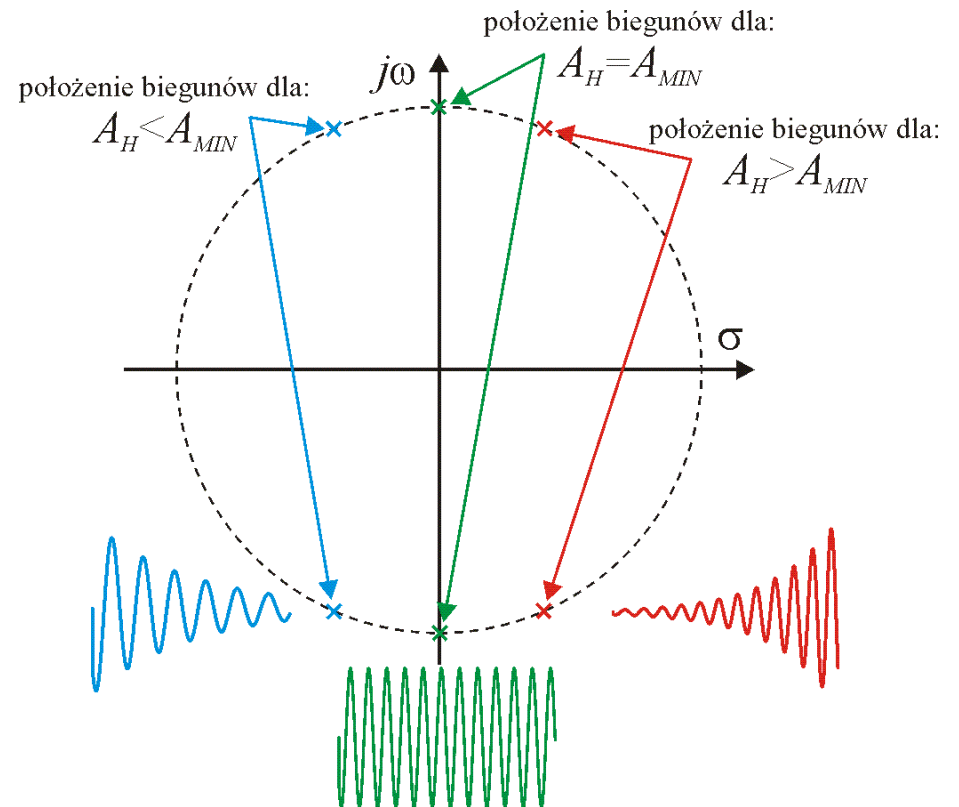
Interpretacja wyników analizy małosygnałowej warunków generacji, c.d.

Funkcja czasu i transformata Laplace'a

$$e^{at} \sin bt \Leftrightarrow \frac{b}{(s-a)^2 + b^2}$$



(a)



(b)

Rys. 30. Interpretacja reguł powstawania drgań w generatorze ze sprzężeniem zwrotnym, (a) wzmocnienie sygnałów harmonicznnych w funkcji amplitudy oraz (b) rozłożenie biegunów transmitancji dla różnych wartości wzmocnienia A_H .

Wielkosygnalowa analiza stanu ustalonego przy użyciu funkcji opisującej [2]

Jeśli do wejścia układu nieliniowego bezinercyjnego opisanego równaniem:

$$v_{OUT} = f(v_{IN}), \quad \text{gdzie: } f(\) \text{ jest funkcją przenoszenia}$$

Podany jest sygnał o wartości:

$$v_{IN} = B \cos(\omega t)$$

Wówczas na jego wyjściu uzyskamy przebieg o wartości:

$$v_{OUT} = f(v_{IN}) = Y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(B) \cos(n\omega t)$$

Funkcja opisująca jest zdefiniowana jako stosunek amplitudy składowej podstawowej do amplitudy sygnału wejściowego:

$$A_H(B) = \frac{Y_1}{B}$$

UWAGA: w przypadku układu nieliniowego inercyjnego funkcja opisująca zależy również od pulsacji i jest wartością zespoloną (dochodzi przesunięcie fazowe sygnału wyjściowego).

Wielkosygnalowa analiza stanu ustalonego przy użyciu funkcji opisującej [2], c.d.

Zazwyczaj zachodzi związek, taki że wartość modułu funkcji opisującej maleje ze wzrostem amplitudy sygnału harmonicznego B . Czwórnik $L(s)$ jest liniowy natomiast wzmacniacz A nieliniowy. Czwórnik $L(s)$ tłumi sygnały harmoniczne więc dla generatora jak na rys. poniżej możemy zastąpić wzmacnienie A wartością modułu funkcji opisującej A_H a dla **stanu ustalonego generacji** (ustalonej amplitudy drgań) zachodzi równość:

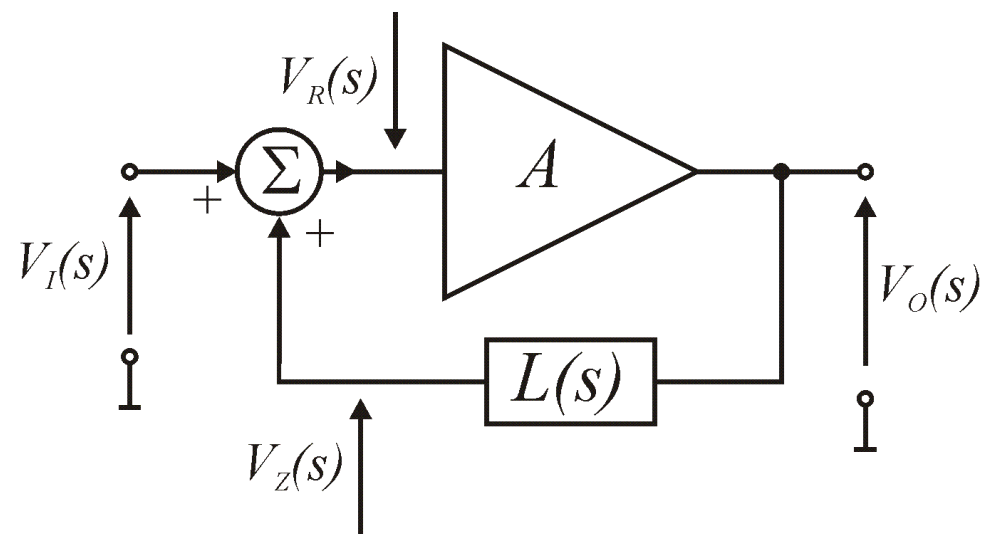
$$A_H(B)L(s) = 1$$

Rozwiązanie powyższego równania względem B daje wartość amplitudy generowanego przebiegu widzianą na wejściu wzmacniacza A . Funkcja opisująca $N(B)$ jest indywidualna dla każdego typu wzmacniacza.

Rozwiązanie powyższego równania, jeśli znana jest wartość minimalnego wzmacnienia A_{MIN} sprowadza się do:

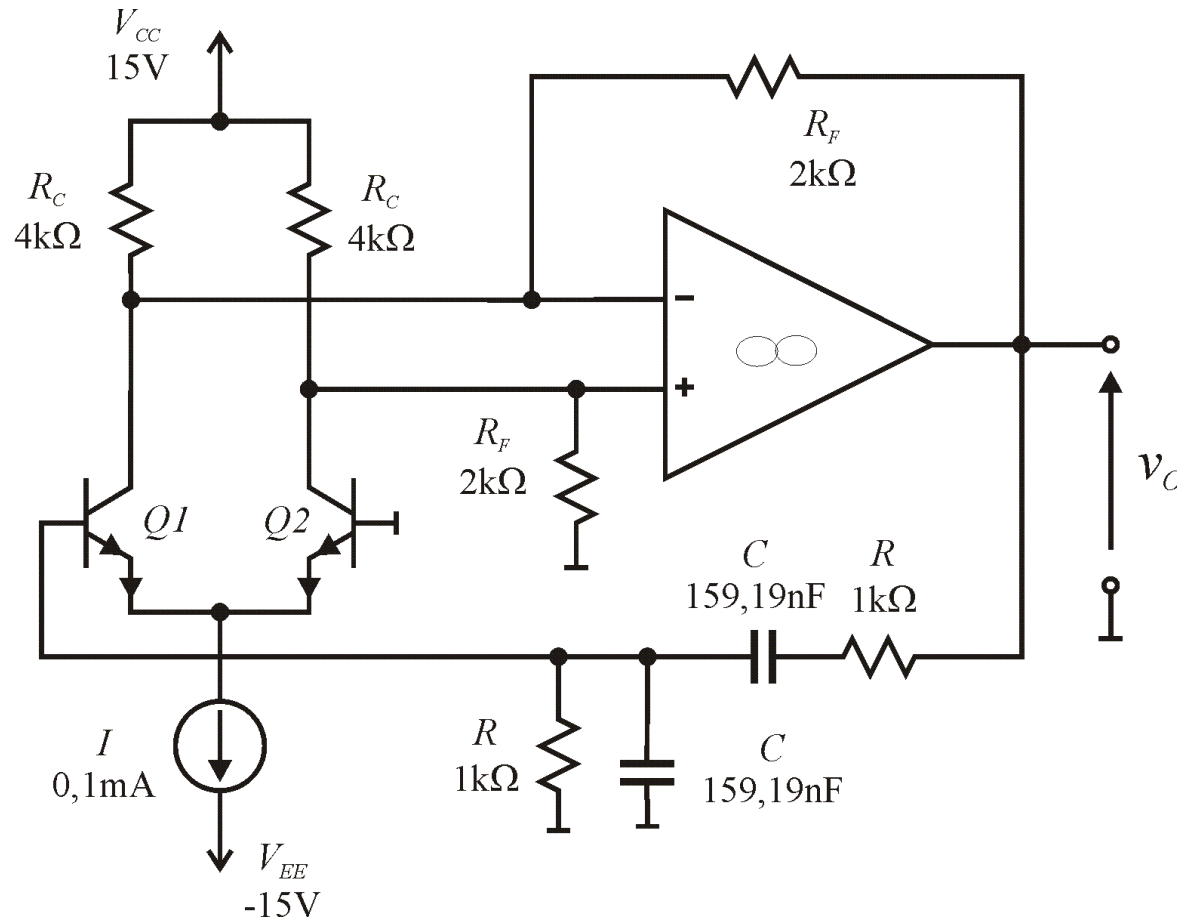
$$A_H(B) = A_{MIN}$$

Dla układów, dla których wzmacnienie nie jest zależne od amplitudy sygnału (np. układy z WO) amplituda drgań jest ograniczona poprzez napięcie zasilające.



Rys. 31. Generator z zastosowaniem dodatniego sprzężenia zwrotnego.

Zadanie nr 4



Dla układu przedstawionego na rysunku należy:

- wyszczególnić blok wzmacniacza A oraz czwórnika sprzężenia L
- sprawdzić czy spełniony jest warunek małosygnałowy minimalnego wzmocnienia pętli i czy dojdzie do generacji drgań harmoniczných,
- obliczyć częstotliwość ewentualnych drgań,
- oszacować amplitudę ewentualnych drgań.

Do obliczeń przyjąć:

$$\alpha = 0,99$$

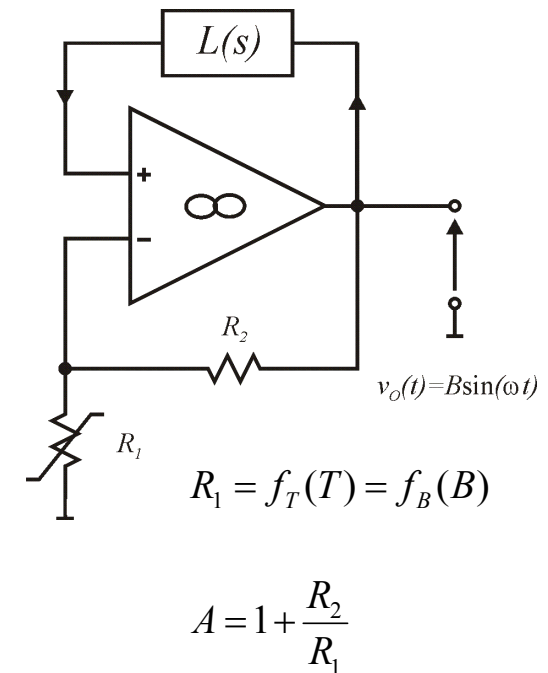
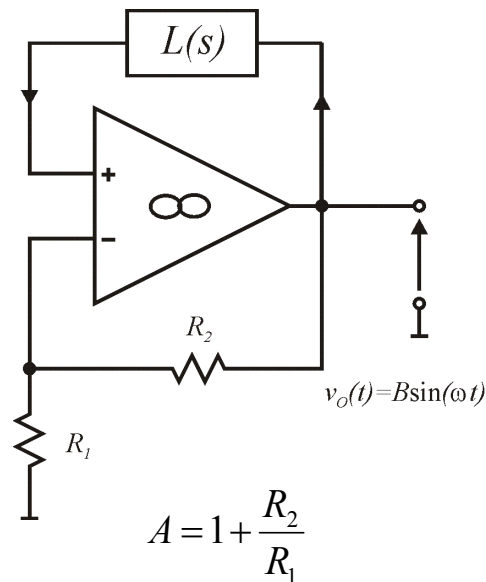
$$\beta = 100$$

$$V_T = 25\text{mV}$$

Rys. 32. Generator z wykorzystaniem pary różnicowej i wzmacniacza operacyjnego.

Stabilizacja amplitudy drgań dla generatorów z WO

- bez stabilizacji – amplituda równa napięciu zasilającemu pomniejszonemu o nasycenie wyjść WO, układ generuje dużą zawartość harmoniczných
- termistor (kiedyś również często stosowana była żarówka) w sprzężeniu zwrotnym, zamiast R_1 – PTC, zamiast R_2 -NTC
- układ automatyki z detektorem amplitudy.

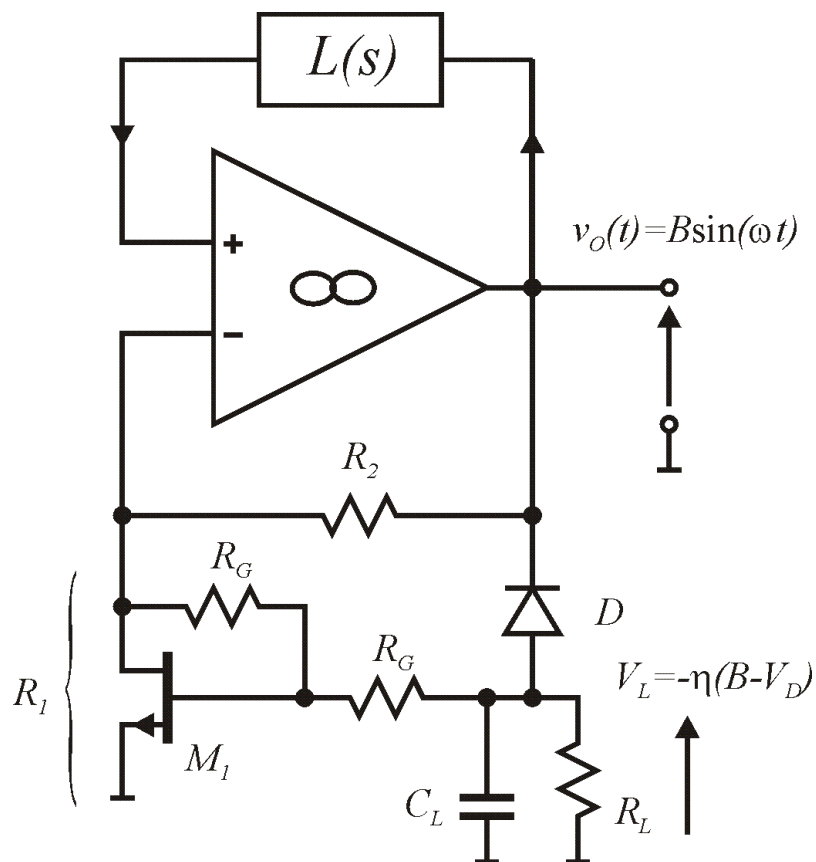


Rys. 33. Stabilizacja amplitudy drgań z wykorzystaniem termistora.

Układ automatyki z detektorem amplitudy [2]

Dla dużych wartości R_G w stosunku do R_I rezystancja równoważna R_I jest równa [2]:

$$R_I \approx \frac{1}{2K_N(V_L/2 - V_{TH})} \quad \text{gdzie dla tran. MOS: } K_N = \frac{1}{2} \mu_N C_{OX} \frac{W}{L}$$



Rys. 34. Stabilizacja amplitudy drgań z wykorzystaniem detektora amplitudy i tranzystora JFET lub MOS z kanałem wbudowanym [2].

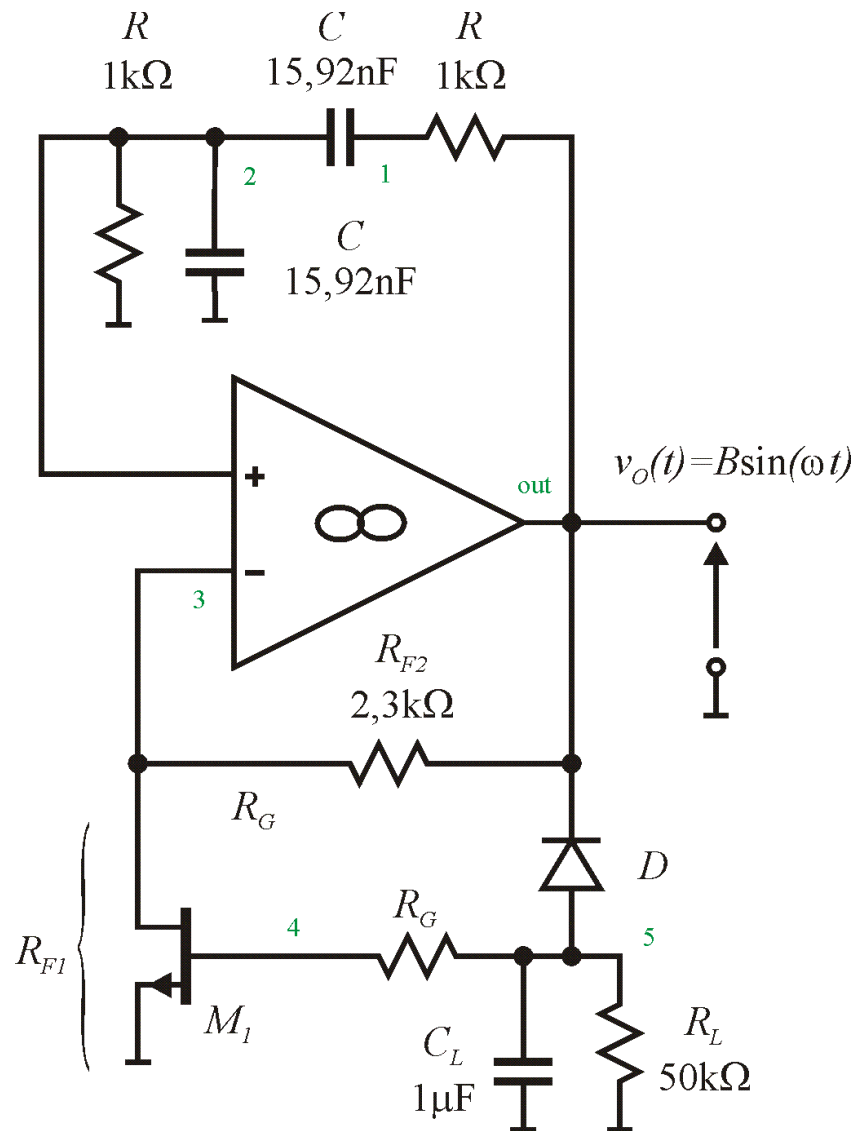
Napięcie V_L natomiast jest napięciem z prostownika diodowego i jest pomniejszone o napięcie na diodzie w stosunku do amplitudy generowanych drgań B oraz pomniejszone proporcjonalnie do rozładowania C_L przez rezystor R_L , symbolizowane jest to poprzez współczynnik η bliski lub nieco mniejszy od jedności, stąd dla stanu stabilnego generacji możemy zapisać:

$$\begin{aligned} A_{MIN} &= 1 + \frac{R_2}{R_I} = 1 + 2K_N R_2 \left(\frac{V_L}{2} - V_{TH} \right) \\ &= 1 + 2K_N R_2 \left(\frac{-\eta(B - V_D)}{2} - V_{TH} \right) \end{aligned}$$

Przekształcając dalej otrzymujemy wynikową amplitudę drgań:

$$B_G = V_D - \frac{2}{\eta} \left(\frac{A_{MIN} - 1}{2K_N R_2} + V_{TH} \right)$$

Zadanie nr 5



Dla układu przedstawionego na rysunku należy:

- wyszczególnić blok wzmacniacza A oraz czwórnika sprzężenia $L(s)$
- sprawdzić czy spełniony jest warunek małosygnałowy minimalnego wzmocnienia pętli i czy dojdzie do generacji drgań harmoniczných,
- obliczyć częstotliwość ewentualnych drgań,
- oszacować amplitudę ewentualnych drgań.

Do obliczeń przyjąć:

$V_D = 0,55[\text{V}]$ (napięcie na złączu diody w czasie przewodzenia)

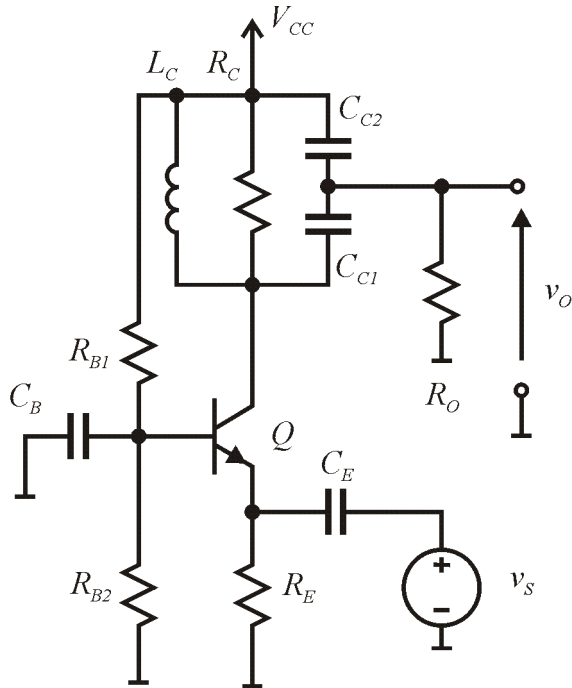
$K_N = 0,5[\text{mA/V}^2]$

$V_{TH} = -1[\text{V}]$

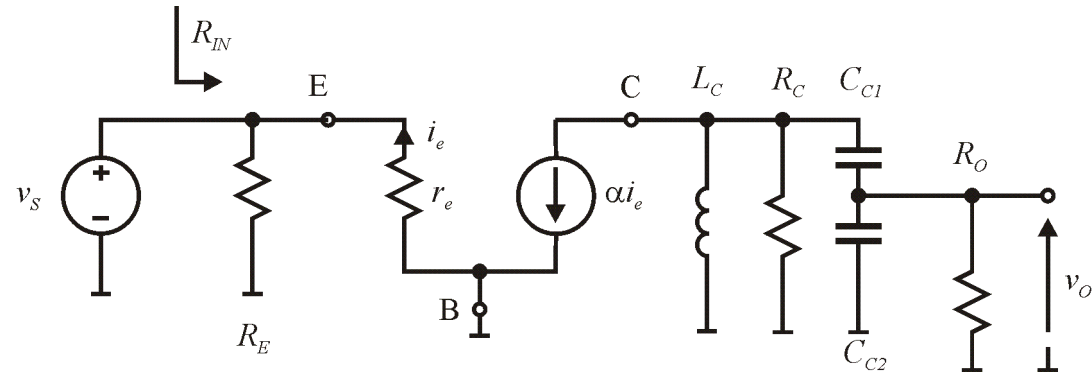
$\eta = 1$

Rys. 35. Generator ze stabilizacją drgań z tranzystorem MOS z kanałem wbudowanym.

Wzmacniacz bipolarny CB obciążony obwodem rezonansowym RLC



Rys. 36. Schemat wzmacniacza.



Rys. 37. Model zastępczy małosygnałowy wzmacniacza.

Jeśli spełniony jest warunek: $R_O \gg 1/\omega C_{C2}$

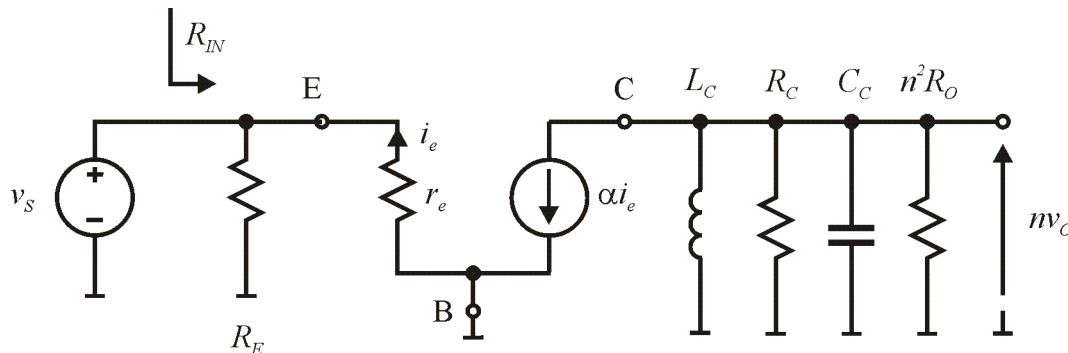
Wówczas dzielnik pojemnościowy działa w przybliżeniu jak idealny transformator:

$$n = \left(\frac{C_{C1}}{C_{C1} + C_{C2}} \right)^{-1}$$

$$v_o = v_c / n$$

$$R_O \Rightarrow n^2 R_O$$

$$C_C = \frac{C_{C1} C_{C2}}{C_{C1} + C_{C2}}$$



Rys. 38. Uproszczony model zastępczy małosygnałowy wzmacniacza.

Wzmacniacz bipolarny CB obciążony obwodem rezonansowym RLC c.d.

Wzmocnienie układu jest równe:

$$\frac{V_O(s)}{V_S(s)} = A(s) = \frac{1}{r_e} \alpha Z_{RLC} \frac{1}{n}$$

gdzie:

$$\alpha / r_e = \frac{I_C}{V_T} = gm$$

gdzie:

$$Y_{RLC} = sC_C + \frac{1}{sL_C} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{n^2 R_O} = sC_C + \frac{1}{sL_C} + G$$

Stąd:

$$Z_{RLC} = \frac{1}{Y_{RLC}} = \frac{1}{sC_C + \frac{1}{sL_C} + G} = \frac{sL_C}{sC_C sL_C + 1 + GsL_C} = \frac{\frac{s}{C_C}}{s^2 + \frac{G}{C_C}s + \frac{1}{C_C L_C}}$$

$$A_O = \frac{gm}{n} R$$

$$\frac{V_O(s)}{V_S(s)} = A(s) = \frac{gm}{n} Z_{RLC} = \frac{gm}{n} \frac{\frac{s}{C_C}}{s^2 + \frac{G}{C_C}s + \frac{1}{C_C L_C}} = \frac{gm}{n} R \frac{\frac{G}{C_C}s}{s^2 + \frac{G}{C_C}s + \frac{1}{C_C L_C}} = A_O \frac{\frac{\omega_R}{Q}s}{s^2 + \frac{\omega_R}{Q}s + \omega_R^2}$$

Stąd dla przebiegów harmonicznycch w stanie ustalonym:

$$A(s=j\omega) = \frac{gm}{n} Z_{RLC} = \frac{gm}{n} \frac{\frac{j\omega}{C_C}}{\frac{1}{C_C L_C} - \omega^2 + \frac{G}{C_C} j\omega}$$

$$|A(j\omega)| = \frac{gm}{n} \frac{\frac{\omega}{C_C}}{\sqrt{\left(\frac{1}{C_C L_C} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{G}{C_C} \omega\right)^2}} = \frac{gm}{n} \frac{\frac{\omega}{C_C}}{\sqrt{\left(\omega_R^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{G}{C_C} \omega\right)^2}}$$

gdzie:

$$G = \frac{1}{R_C} + \frac{1}{n^2 R_O}$$

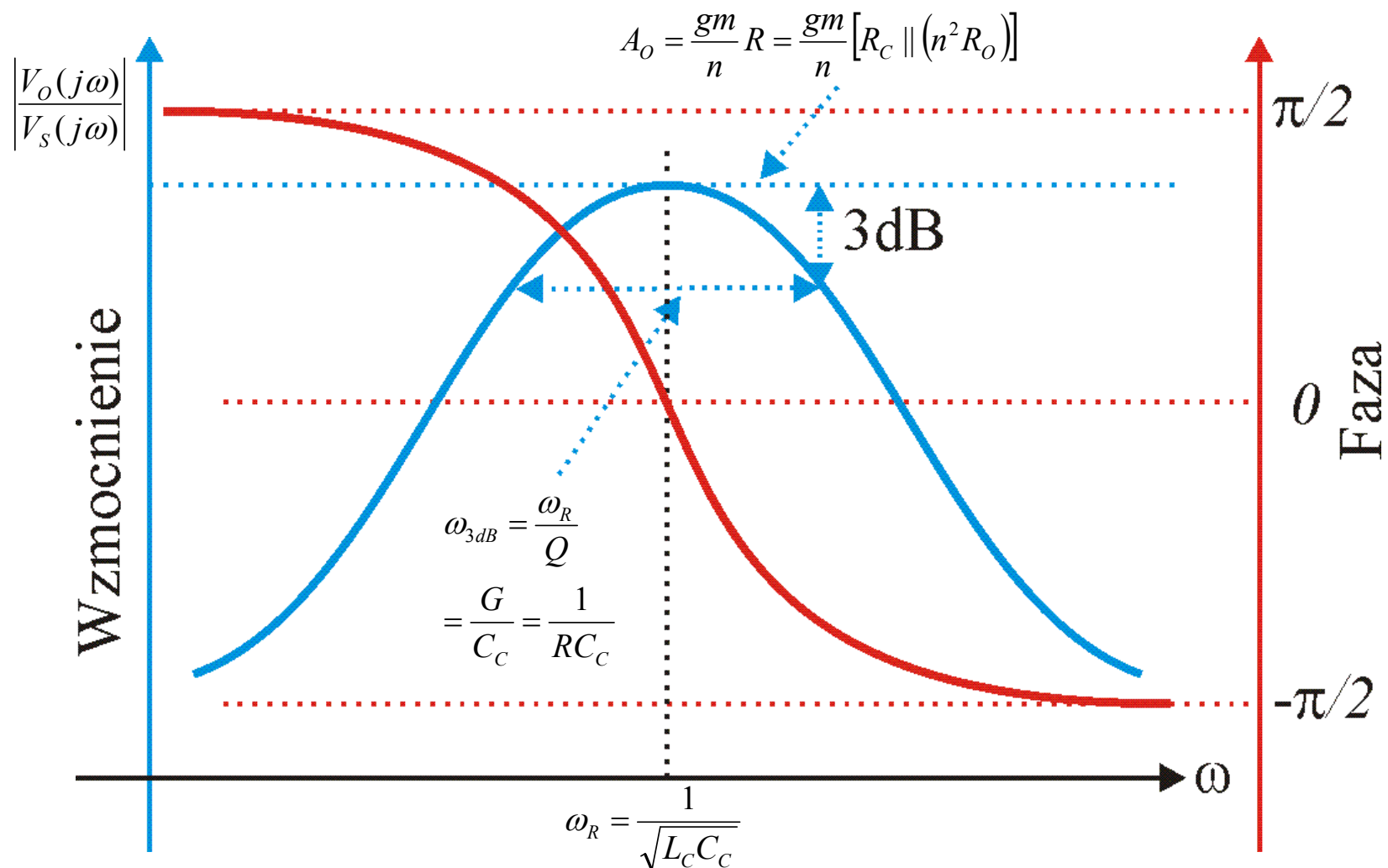
$$\omega_R = \sqrt{\frac{1}{C_C L_C}}$$

$$R = R_C \parallel (n^2 R_O)$$

$$\arg(A(\omega)) = \arctan\left[\frac{\text{Im}(A(\omega))}{\text{Re}(A(\omega))}\right] = \arctan\left[\frac{C_C}{G}(\omega_R^2 - \omega^2)\right]$$

$$Q = R \sqrt{\frac{C_C}{L_C}}$$

Wzmacniacz bipolarny CB obciążony obwodem rezonansowym RLC c.d.



Rys. 39. Charakterystyki częstotliwościowe wzmacniacza rezonansowego w konfiguracji CB, widok dla częstotliwości zbliżonych do ω_R .

Wpływ rezystancji szeregowej cewki obwodu rezonansowego

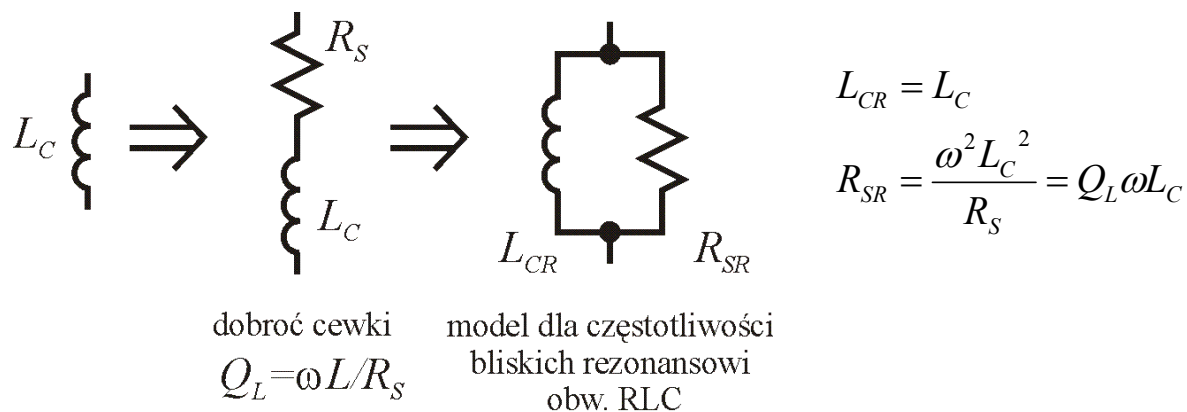
Wartości równoważnych indukcyjności i rezystancji równoległych wynikających ze strat cewki oblicza się poprzez porównanie impedancji dla częstotliwości bliskich do rezonansu:

$$\begin{aligned}
 X_S = j\omega L_C + R_S \quad X_S &= \frac{j\omega L_{CR} R_{SR}}{j\omega L_{CR} + R_{SR}} = \frac{j\omega L_{CR} R_{SR} (R_{SR} - j\omega L_{CR})}{(R_{SR} + j\omega L_{CR})(R_{SR} - j\omega L_{CR})} \\
 &= \frac{\omega^2 L_{CR}^2 R_{SR} + j\omega L_{CR} R_{SR}^2}{(R_{SR})^2 - (j\omega L_{CR})^2} \Big|_{R_{SR} \gg \omega L_{CR}} \approx \frac{\omega^2 L_{CR}^2 R_{SR} + j\omega L_{CR} R_{SR}^2}{(R_{SR})^2} = \frac{\omega^2 L_{CR}^2}{R_{SR}} + j\omega L_{CR}
 \end{aligned}$$

Stąd:

$$L_{CR} = L_C \quad \text{oraz} \quad R_S = \frac{\omega^2 L_C^2}{R_{SR}} \Rightarrow R_{SR} = \frac{\omega^2 L_C^2}{R_S} = Q_L \omega L_C$$

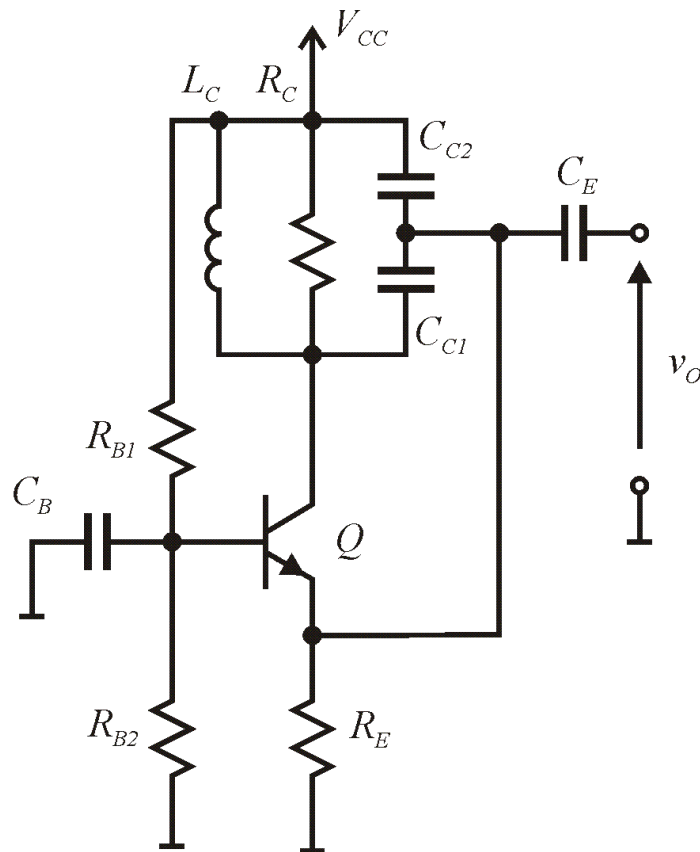
Straty w cewce powodują powstanie równoważnej dodatkowej rezystancji równoległej w wynikowym obwodzie RLC. W konsekwencji sumaryczna rezystancja obwodu będzie niższa co również spowoduje szersze pasmo wzmacniacza i mniejsze wzmocnienie w rezonansie.



Rys. 39b. Wpływ strat w cewce na równoległy obwód rezonansowy RLC, zamiana taka jest ważna w okolicy pulsacji zbliżonych do ω_R .

Generator z obwodem rezonansowym RLC

Założmy, że dla układu wzmacniacza rezonansowego CB zwarto wejście z wyjściem, wówczas: $L(s)=1$ a wzmocnienie pętli jest równe wzmocnieniu wzmacniacza, przy czym: $R_O = R_{IN} = r_e \parallel R_E$



Rys. 40. Generator z obwodem rezonansowym RLC.

$$A(s) = \frac{gm}{n} R \frac{\frac{\omega_R s}{Q}}{s^2 + \frac{\omega_R}{Q} s + \omega_R^2} = A_O \frac{\frac{\omega_R s}{Q}}{s^2 + \frac{\omega_R}{Q} s + \omega_R^2}$$

Stąd bieguny mianownika transmitancji układu z zamkniętą pętlą wyznaczymy na podstawie:

$$H(s) = \frac{A(s)}{1 - A(s) * 1} = \frac{\frac{L}{M}}{\frac{M}{M} - \frac{L}{M}} = \frac{L}{M - L} = \frac{A_O \frac{\omega_R s}{Q}}{s^2 + \left(\frac{\omega_R}{Q} - \frac{\omega_R}{Q} A_O \right) s + \omega_R^2}$$

Aby układ generował przebieg harmoniczny musi posiadać parę biegunów zespolonych sprzężonych w prawej półpłaszczyźnie, czyli: $\Delta < 0$.

$$\Delta < 0 \Rightarrow \left[\frac{\omega_R}{Q} (1 - A_O) \right]^2 - 4\omega_R^2 < 0 \Rightarrow 1 - 2Q < A_O < 2Q + 1$$

oraz:

$$\left(\frac{\omega_R}{Q} - \frac{\omega_R}{Q} A_O \right) < 0 \Rightarrow A_O > 1$$

Generator z obwodem rezonansowym RLC c.d.

Oba warunki łącznie dają wymaganie: $1 < A_o < 2Q+1$ ponieważ: $Q = R\sqrt{\frac{C_c}{L_c}}$ więc:

$$1 < A_o < 2R\sqrt{\frac{C_c}{L_c}} + 1 \quad \text{Pulsacja drgań: } \omega_R = \sqrt{\frac{1}{C_c L_c}}$$

Aby wyznaczyć amplitudę drgań należy wyznaczyć zależność wzmocnienia pętli (A) dla przebiegów harmonicznym w funkcji amplitudy przebiegu harmonicznego B. Jednym ze znanych przybliżeń wielkosygnalowej transkonduktancji tranzystora bipolarnego obciążonego obwodem RLC dla pobudzeń harmonicznym jest relacja [2,3]:

$$GM_H(B) = gm \frac{2V_T}{B} \quad \text{gdzie: } B - \text{amplituda wejściowa przebiegu harmonicznego,} \\ gm - \text{transkonduktancja małosygnalowa}$$

Przybliżenie powyższe jest ważne tylko dla $B \gg 2V_T$, oraz po ustaleniu się nowego zmodyfikowanego wielkosygnalowo pkt. pracy, stąd:

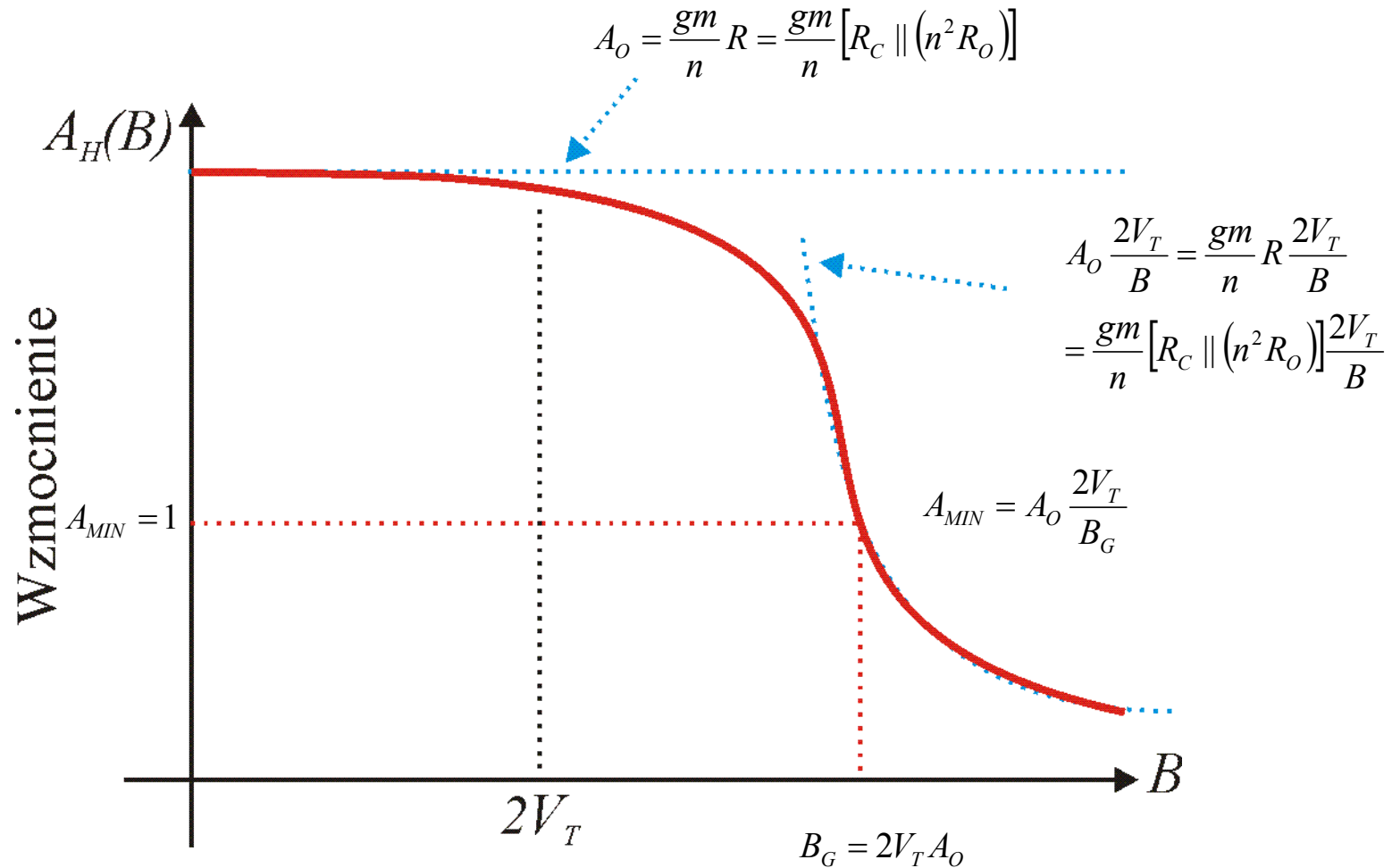
$$A_o = \frac{gm}{n} R \Rightarrow A_{o,H}(B) = \frac{gm \frac{2V_T}{B}}{n} R = \frac{gm}{n} R \frac{2V_T}{B}$$

Przy założeniu, że generowany przebieg będzie miał amplitudę znacznie większą niż $2V_T$ amplitudę drgań można obliczyć z równania:

$$A_{o,H} = 1 \Rightarrow 1 = \frac{gm}{n} R \frac{2V_T}{B_G} \Rightarrow B_G = 2V_T \frac{gm}{n} R = 2V_T A_o$$

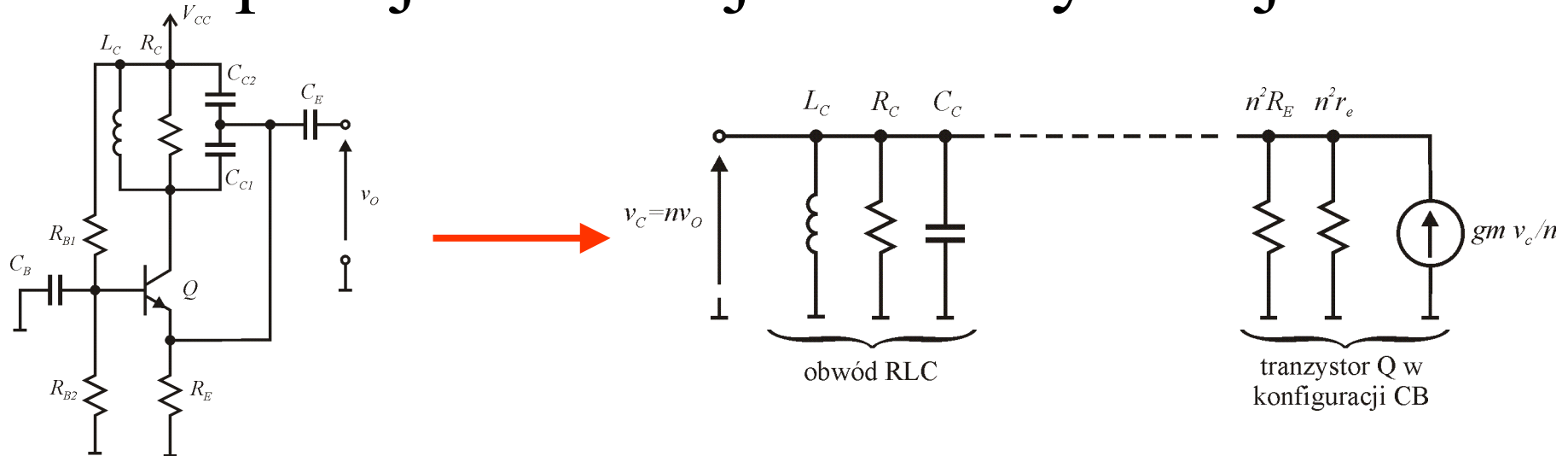
Przy czym B jest amplitudą drgań harmonicznym na emiterze tranzystora, na kolektorze drgania mają amplitudę o wartości równej nB .

Generator z obwodem rezonansowym RLC c.d.



Rys. 41. Graficzna ilustracja procesu stabilizacji amplitudy drgań generatora z obwodem rezonansowym RLC.

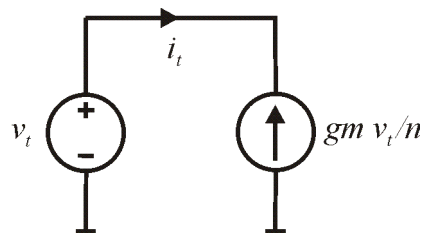
Generator z obwodem rezonansowym RLC – podejście II - ujemna rezystancja.



Rys. 42. Generator rezonansowy RLC i alternatywna metoda analizy powstawania drgań.

Rezystancja tranzystora bipolarnego: $r_Q = \frac{v_t}{i_t} = \frac{v_t}{-gm \frac{v_t}{n}} = -\frac{n}{gm}$

Przewodność widziana z wyprowadzeń tr.: $g_Q = 1/r_Q = -\frac{gm}{n}$



Rys. 43. Model do wyznaczenia rezystancji zastępczej tranzystora.

W obwodzie RLC drgania są niegasnące jeśli rezystancja równoważna jest nieskończona lub przewodność=0, stąd warunek graniczny drgań jest następujący:

$$\frac{1}{R_C} + \frac{1}{n^2 R_E} + \frac{1}{n^2 r_e} + g_Q = 0 \Rightarrow G = \frac{gm}{n} \Rightarrow \frac{gm}{n} R = 1 \Rightarrow A_o = 1$$

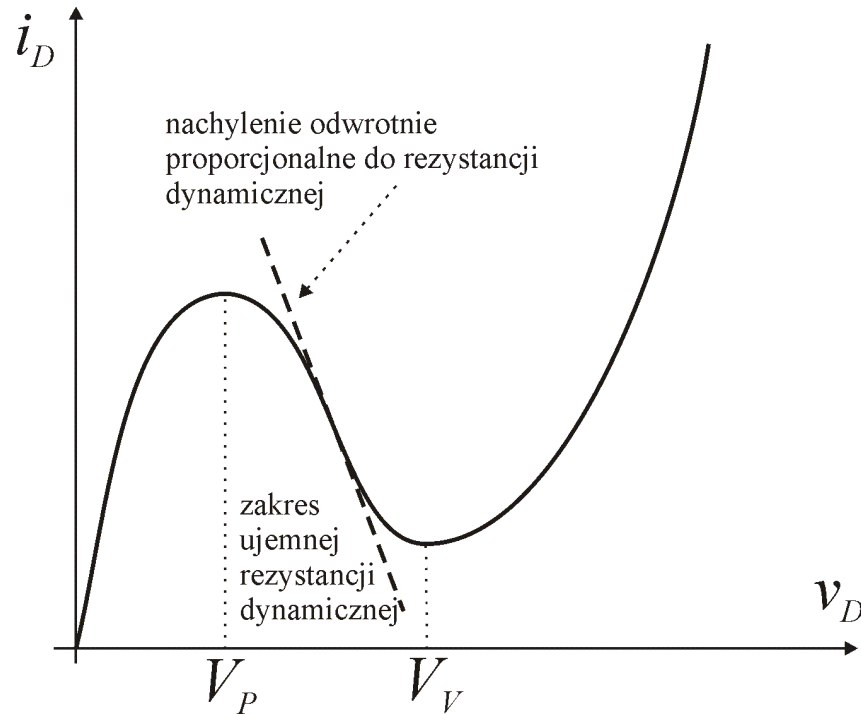
Generator z obwodem rezonansowym RLC – podejście II - ujemna rezystancja, c.d.

Jeśli warunek jest spełniony z nadmiarem wówczas amplituda drgań stabilizuje się na nieliniowości elementu dla którego równoważna przewodność dla sygnałów harmoniczných zrówna się z przewodnością elementów pasywnych t.j.:

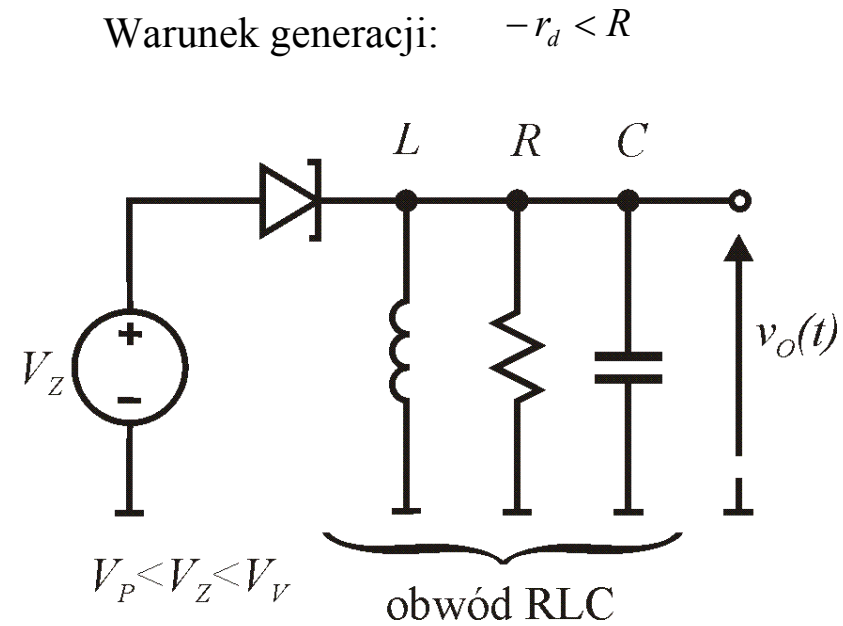
$$\frac{GM_H}{n} R = 1$$

$$\omega_R = \sqrt{\frac{1}{C_C L_C}}$$

Generator przebiegów harmonicznyc z użyciem diody tunelowej

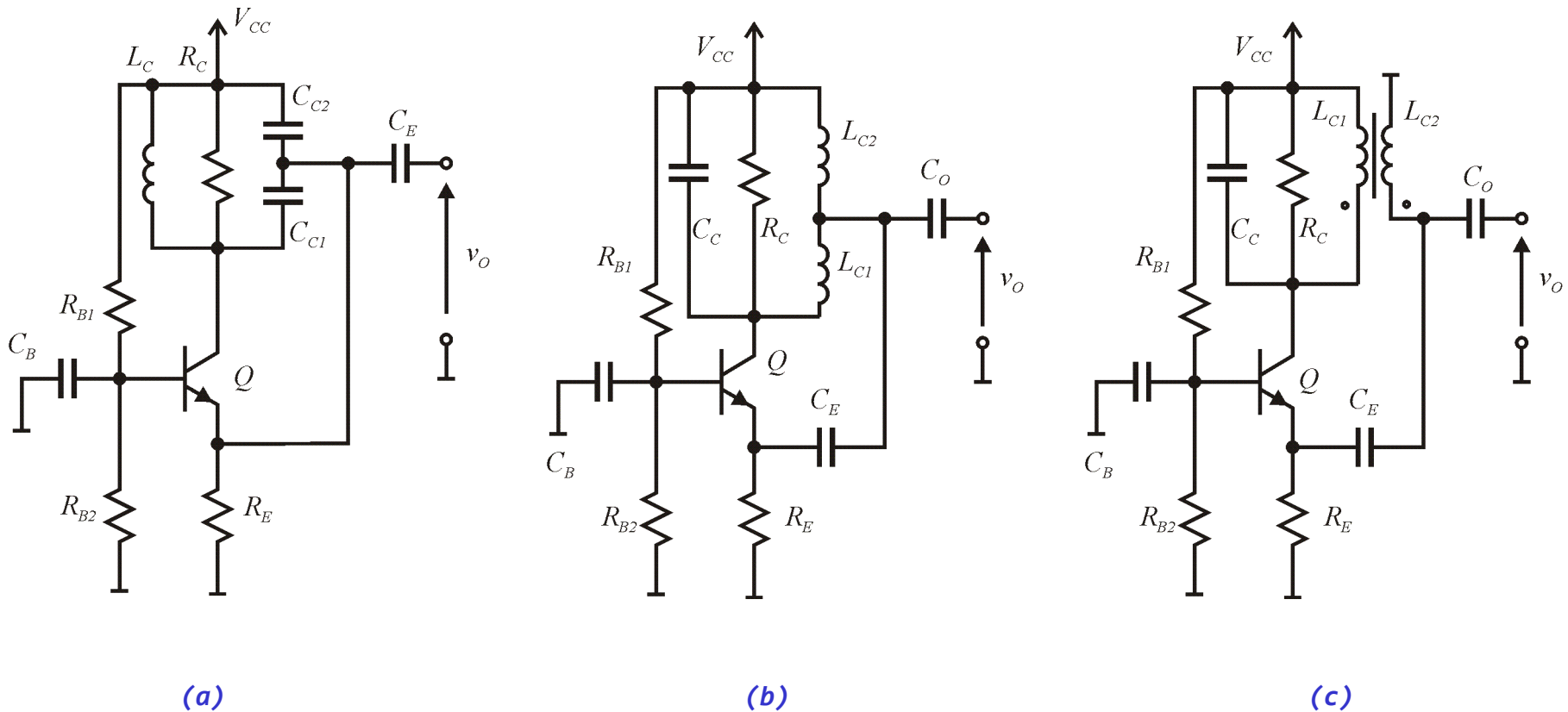


Rys. 44. Charakterystyka stałoprądowa diody tunelowej.



Rys. 45. Generator rezonansowy RLC z wykorzystaniem diody tunelowej.

Konfiguracje generatorów RLC



Rys. 46. Generatory z obwodem rezonansowym z tranzystorem w układzie CB kolejno w konfiguracjach ze sprzężeniem a) pojemnościowym (Colpittsa), b) indukcyjnym (Hartleya), i c) transformatorowym (Meissnera).

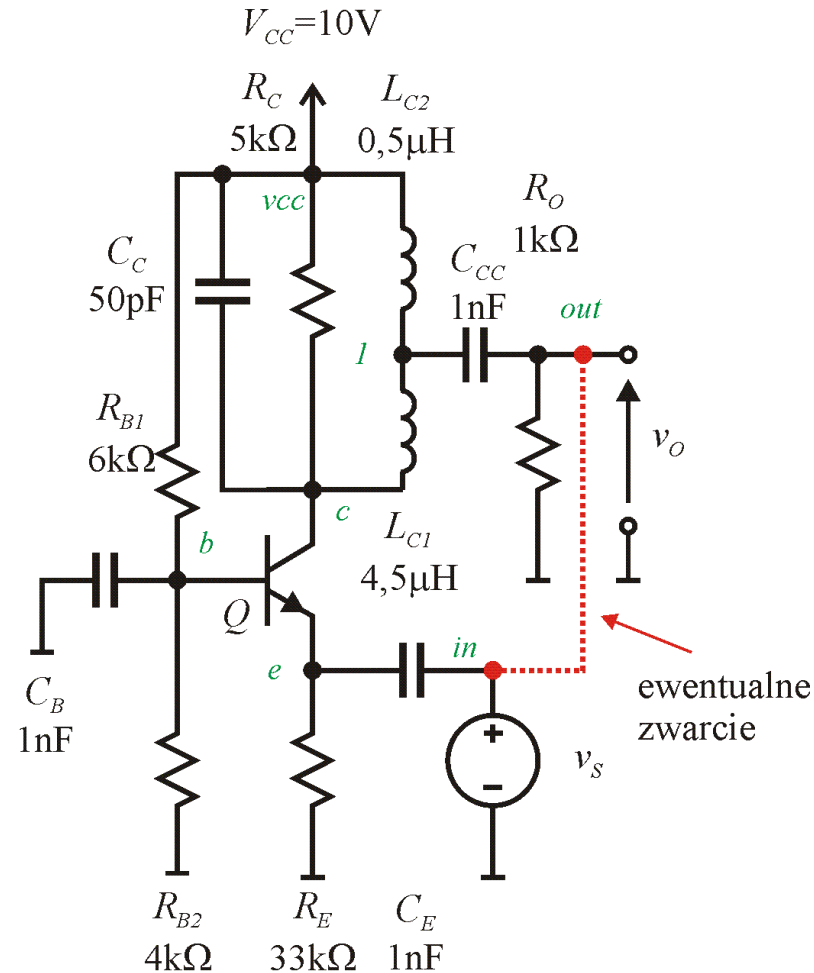
Zadanie nr 6

Dla układu wzmacniacza w konfiguracji CB należy:

- wyznaczyć punkt pracy tranzystora,
- wyznaczyć częstotliwość rezonansową, wzmocnienie w rezonansie oraz pasmo 3dB,
- sprawdzić czy jeśli dokonano by zwarcia wejścia w wyjściu wzmacniacza czy układ stał by się generatorem drgań harmoniczných i jeśli tak należy wyznaczyć amplitudę i częstotliwość drgań.

Do obliczeń przyjąć:

$$\beta = 100, V_T = 25\text{mV}, V_{BE} = 0,7\text{V}$$

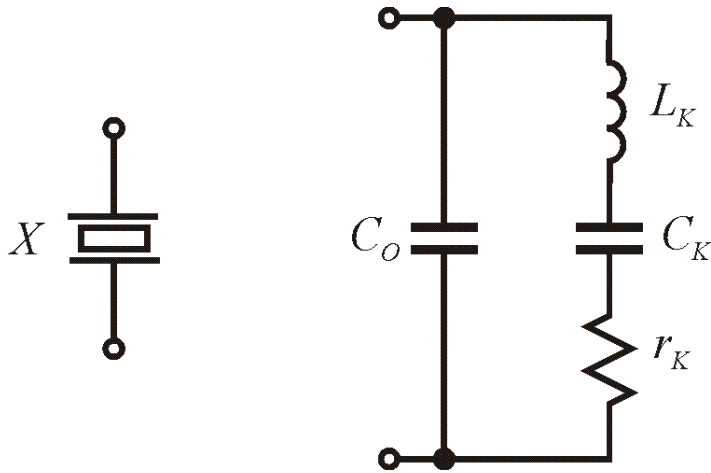


Rys. 47. Wzmacniacz / generator RLC Hartleya z tranzystorem w konfiguracji CB.

Właściwości rezonatora kvarcowego [2]

- Rezonator składa się z wibratora kwarcowego z dołączonymi elektrodami i obudowy wraz z uchwytem wibratora.
- Wibrator kwarcowy to cienka płytką z kryształu kwarcu.
- Działanie rezonatora opiera się na sprzężeniu właściwości piezoelektrycznych kwarcu z jego rezonansem mechanicznym.
- Z punktu widzenia elektrycznego dla częstotliwości bliskich rezonansu rezonator kwarcowy może być rozpatrywany jako szeregowo - równoległy obwód rezonansowy.
- **Rezonator kwarcowy zapewnia bardzo wysoką stabilność częstotliwości drgań generatora.**

Właściwości rezonatora kwarcowego [2] c.d.



Rys. 48. Symbol oraz liniowy model zastępczy rezonatora kwarcowego [2].

Impedancja rezonatora kwarcowego:

$$Z_K(s) = \frac{s^2 + \frac{\omega_s}{Q_K} s + \omega_s^2}{sC_o \left[s^2 + \frac{\omega_s}{Q_K} s + \left(1 + \frac{C_K}{C_o}\right) \omega_s^2 \right]}$$

Pulsacja rezonansu szeregowego: $\omega_s = \sqrt{\frac{1}{C_K L_K}}$

Dobroć rezonatora: $Q_K = \frac{\omega_s L_K}{r_K} = \sqrt{\frac{L_K / C_K}{r_K}}$

Odstęp rezonansowy: $\Delta\omega_K = \omega_r - \omega_s = \omega_s \left(\sqrt{1 + \frac{C_K}{C_o}} - 1 \right)_{C_K \ll C_o} \approx \omega_s \left(1 + \frac{C_K}{2C_o} \right)$

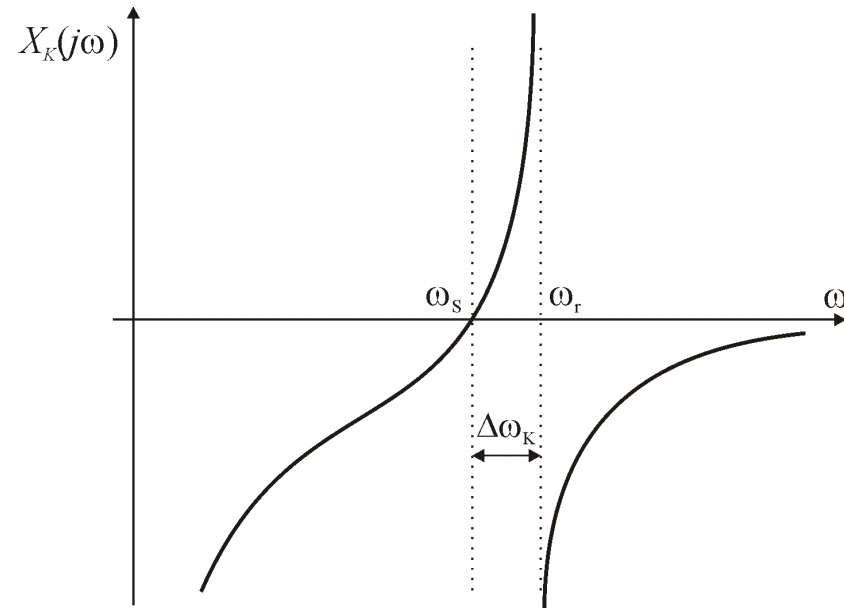
Właściwości rezonatora kwarcowego [2] c.d.

Przykładowe parametry rezonatora kwarcowego rzeczywistego:

$$f_S = 1\text{MHz} \quad Q_K \approx 10^6 \quad \Delta f_K / f_S \approx 10^{-5} \div 10^{-3} \quad \Delta f_K = 564\text{Hz} \quad L_K = 2\text{H} \quad C_K = 7,9\text{fF} \quad C_O = 7\text{pF} \\ r_K = 20\Omega$$

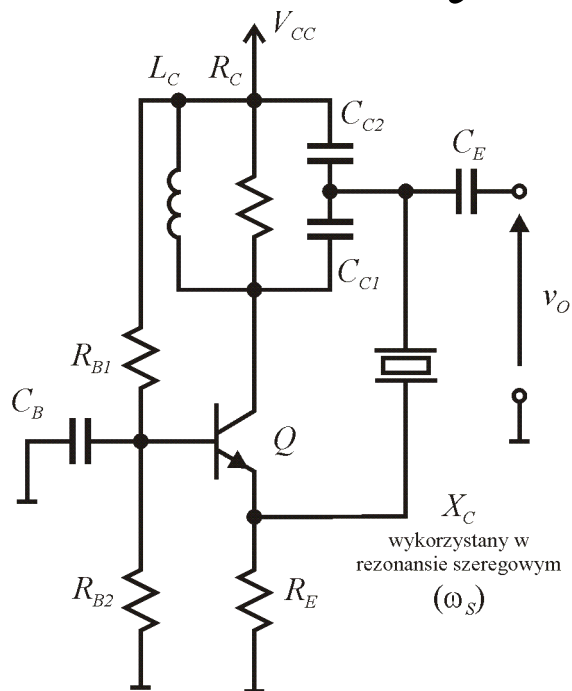
Generatory z użyciem rezonatora kwarcowego buduje się wykorzystując:

- rezonans szeregowy ω_S ,
- szybko zmieniającą się indukcyjność L_K leżącą pomiędzy rezonansem szeregowym a równoległym.

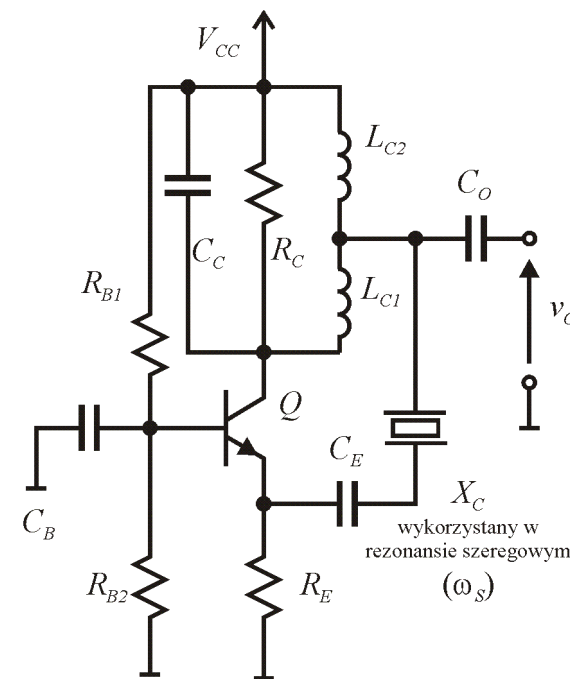


Rys. 49. Impedancja bezstratnego rezonatora kwarcowego (bez uwzględnienia rezystancji r_K) [2].

Generatory z rezonansem szeregowym [2]

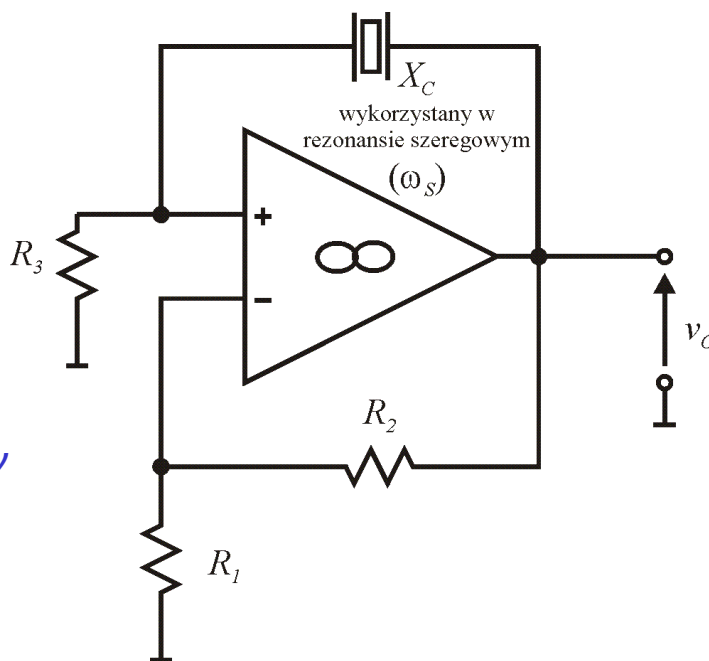


(a)



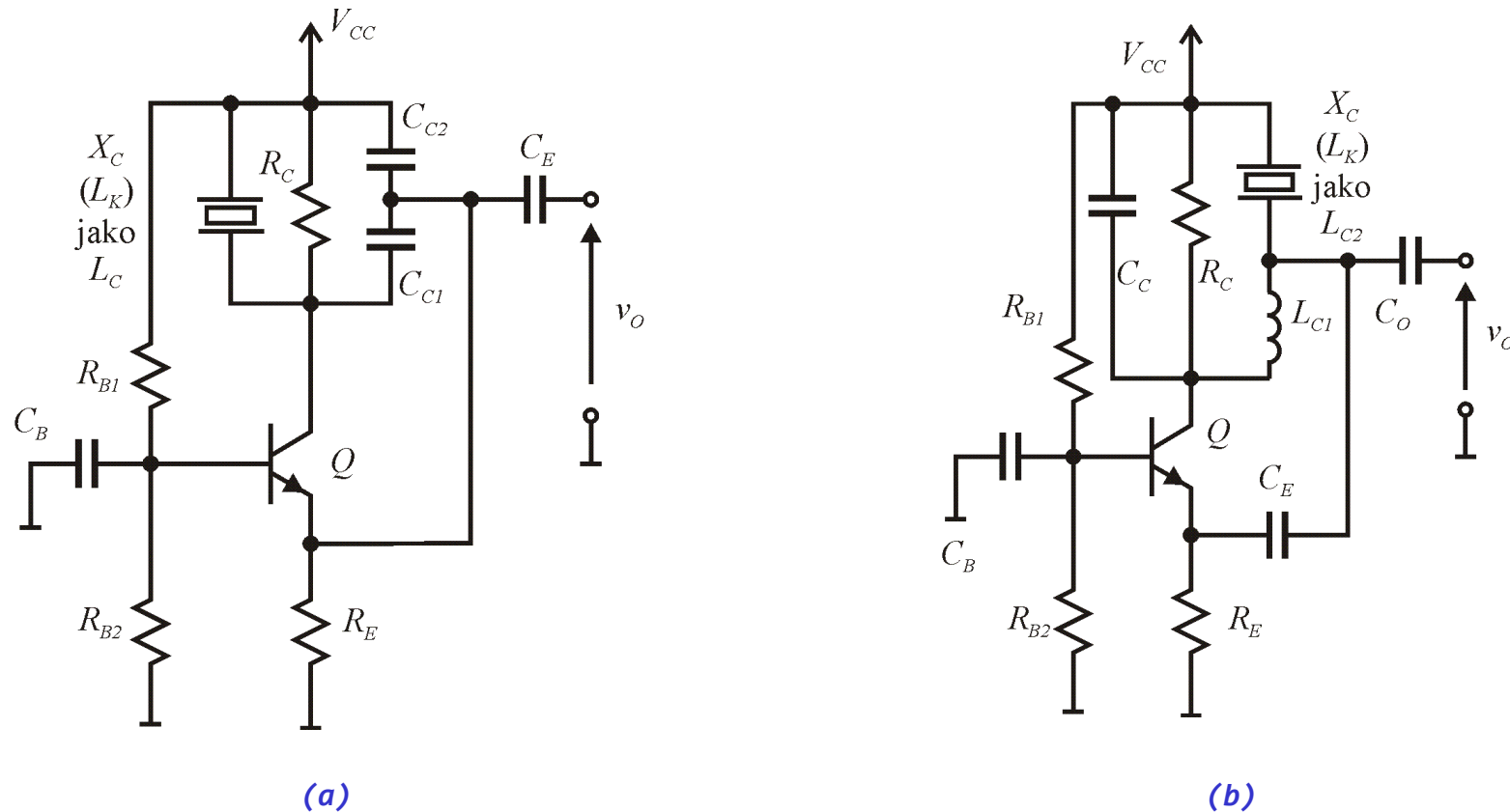
(b)

Rys. 50. Generatory kwarcowe Butlera ze sprzężeniem (a) Colpittsa i (b) Hartleya.



Rys. 51. Generator kwarcowy wykorzystujący rezonans szeregowy ze wzmacniaczem operacyjnym (Meachama).

Generatory z wykorzystaniem indukcyjności L_K [2]



Rys. 52. Generatory kwarcowe wykorzystujące zmienną indukcyjność L_K (a) Colpittsa i (b) Hartleya.

Generatory relaksacyjne

- Generatory bazujące na naprzemiennym ładowaniu/rozładowaniu kondensatora przez rezystor lub źródło prądowe.
- Wytwarzają przebiegi eksponencjalne lub liniowo zmieniające się oraz prostokątne i ewentualnie przebiegi pochodne wytwarzane przez przetworniki przebiegów (np. przetwornik trójkąt->sinus).

Przerzutnik Schmidta

Jest to układ w którym przejście do stanu wysokiego na wyjściu następuje dla innego napięcia niż przejście do stanu niskiego. Różnica napięć wejściowych powodująca zmiany stanu nazwana jest histerezą.

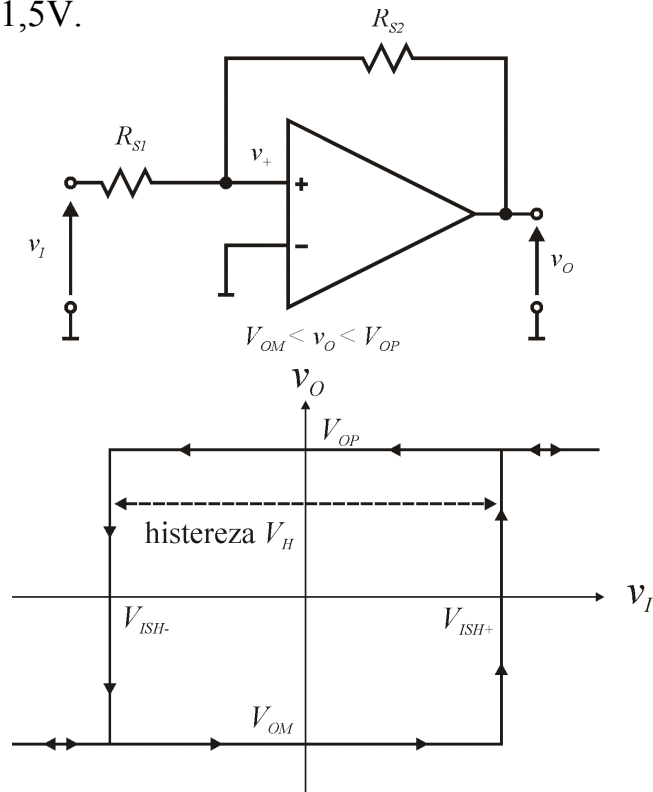
Oznaczmy napięcie maksymalne jakie może wytworzyć WO jako:

$$V_{OP} = V_{DD} - V_{SATP}$$

Oraz napięcie minimalne na wyjściu WO jako:

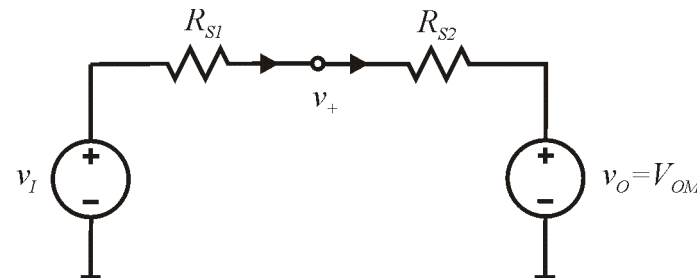
$$V_{OM} = V_{SS} + V_{SATM}$$

Napięcia te są zazwyczaj zbliżone do napięć zasilających, V_{SATP} i V_{SATM} to napięcia nasycenia stopnia wyjściowego i są zazwyczaj w zakresie 0,1V – 1,5V.



Rys. 53. Schemat i charakterystyka przejściowa przerzutnika Schmidta.

Wstępnie zakładamy ujemne wartości napięcia wejściowego i wyjściowego. Wówczas aby znaleźć poziom przejścia do stanu wysokiego należy znaleźć takie napięcie wejściowe dla którego napięcie na wejściu dodatnim WO osiągnie 0V.



Rys. 54. Model do wyznaczenia punktu przerzutu.

$$i = \frac{V_{ISH+}}{R_{S1}} = -\frac{V_{OM}}{R_{S2}} \Rightarrow V_{ISH+} = -V_{OM} \frac{R_{S1}}{R_{S2}} \Rightarrow V_{ISH-} = -V_{OP} \frac{R_{S1}}{R_{S2}}$$

$$V_H = V_{ISH+} - V_{ISH-} = \frac{R_{S1}}{R_{S2}} (V_{OP} - V_{OM})$$

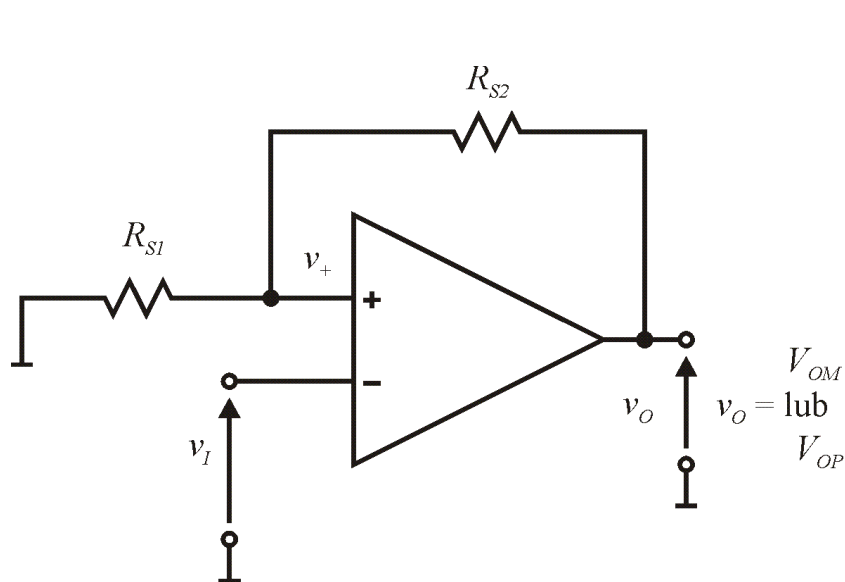
Przerzutnik Schmidta, wersja z odwracaniem sygnału

W zależności od bieżącej wartości na wyjściu napięcie na dodatnim wejściu WO jest równe:

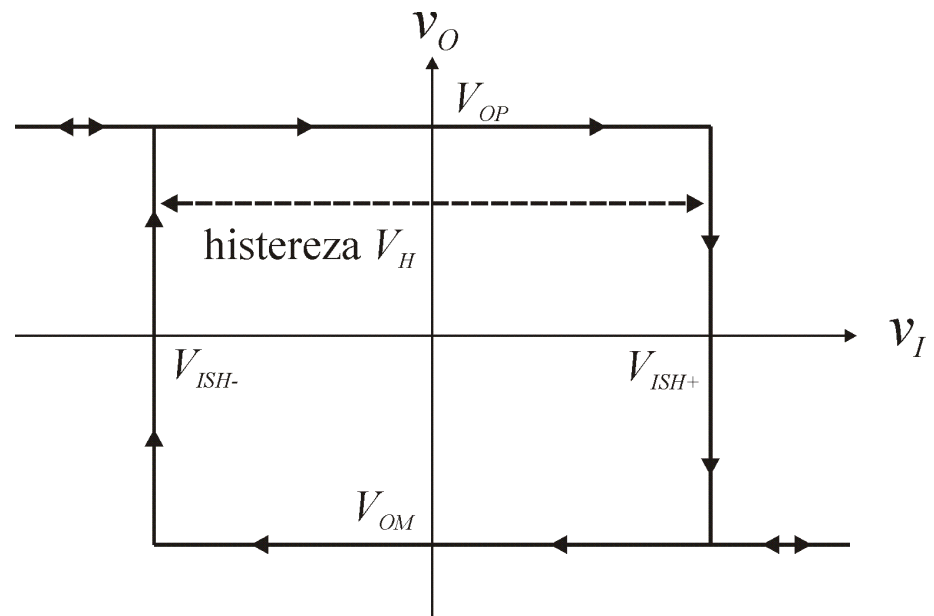
$$v_+ = V_{OM} \frac{R_{S1}}{R_{S1} + R_{S2}} \quad \text{lub} \quad v_+ = V_{OP} \frac{R_{S1}}{R_{S1} + R_{S2}}$$

Zmiana stanu przerzutnika nastąpi w momencie zrównania napięcia wejściowego v_I z napięciem występującym na dodatnim wyprowadzeniu WO, stąd:

$$V_{ISH-} = V_{OM} \frac{R_{S1}}{R_{S1} + R_{S2}} \quad \text{oraz} \quad V_{ISH+} = V_{OP} \frac{R_{S1}}{R_{S1} + R_{S2}}$$



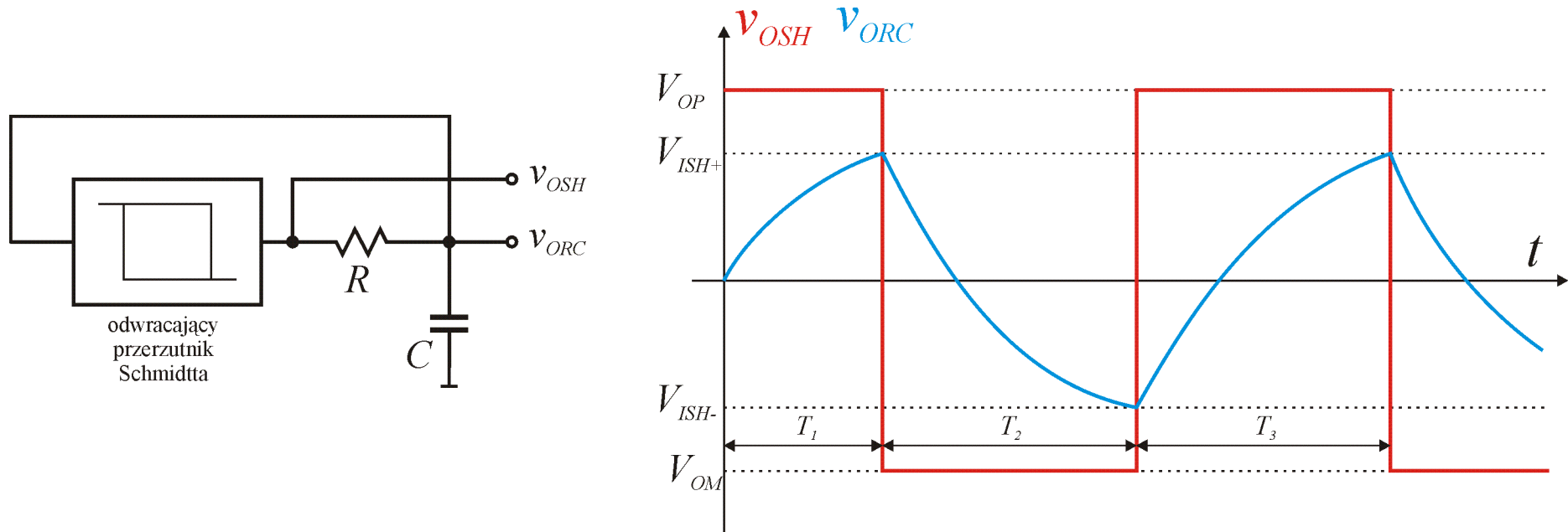
(a)



(b)

Rys. 55. Odwracający przerzutnik Schmidta (a) i jego charakterystyki przejściowe (b).

Prosty generator relaksacyjny z przerzutnikiem Shmidtta



Rys. 56. Generator relaksacyjny z wykorzystaniem odwracającego przerzutnika Schmidta.

Ogólna zależność na napięcie na kondensatorze dla obwodu RC zasilanego ze źródła napięciowego V :

$$v_C(t) = V \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

Adaptacja powyższego wzoru dla pierwszego okresu T_1 ładowania kondensatora :

$$v_C(t) = V_{OP} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \Rightarrow V_{ISH+} = V_{OP} \left(1 - e^{-\frac{T_1}{RC}} \right) \Rightarrow T_1 = RC \ln \left(\frac{V_{OP}}{V_{OP} - V_{ISH+}} \right)$$

Podobnie adaptując zależność dla kolejnego okresu T_2 dla przypadku rozładowania kondensatora, zakładając start przesunięty do czasu równego 0 otrzymujemy:

$$V_{ISH-} = V_{ISH+} + (V_{OM} - V_{ISH+}) \left(1 - e^{-\frac{T_2}{RC}}\right) \Rightarrow T_2 = -RC \ln \left[\frac{V_{OM} - V_{ISH-}}{V_{OM} - V_{ISH+}} \right]$$

Postępując podobnie dla przypadku ładowania kondensatora T_3 otrzymujemy:

$$V_{ISH+} = V_{ISH-} + (V_{OP} - V_{ISH-}) \left(1 - e^{-\frac{T_3}{RC}}\right) \Rightarrow T_3 = -RC \ln \left[\frac{V_{OP} - V_{ISH+}}{V_{OP} - V_{ISH-}} \right]$$

Cykle T_2 i T_3 będą się powtarzały po sobie.

Jeśli użyjemy przerzutnika Shmidta z poprzedniego slajdu zakładając dodatkowo, że $V_{OP} = -V_{OM}$, wówczas wzory upraszczają się do postaci:

$$T_2 = T_3 = -RC \ln \left[\frac{R_{S2}}{2R_{S1} + R_{S2}} \right] = RC \ln \left[\frac{2R_{S1} + R_{S2}}{R_{S2}} \right]$$

Stąd okres i częstotliwość drgań:

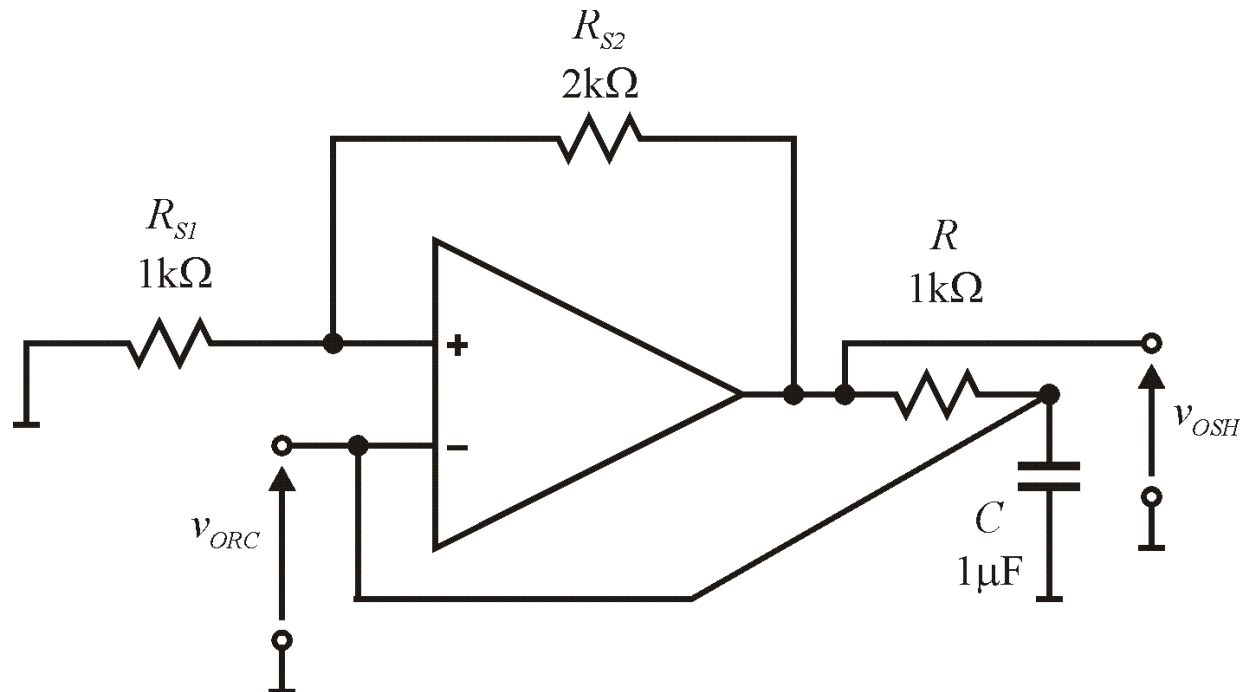
$$T = T_2 + T_3 = 2RC \ln \left[\frac{2R_{S1} + R_{S2}}{R_{S2}} \right] \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2RC \ln \left[\frac{2R_{S1} + R_{S2}}{R_{S2}} \right]}$$

Zadanie nr 7

Dla układu generatora relaksacyjnego przedstawionego na rysunku, zakładając że na starcie napięcie wyjściowe jest ujemne należy:

- naszkicować przebiegi czasowe na wyjściach,
- obliczyć okres i częstotliwość drgań.

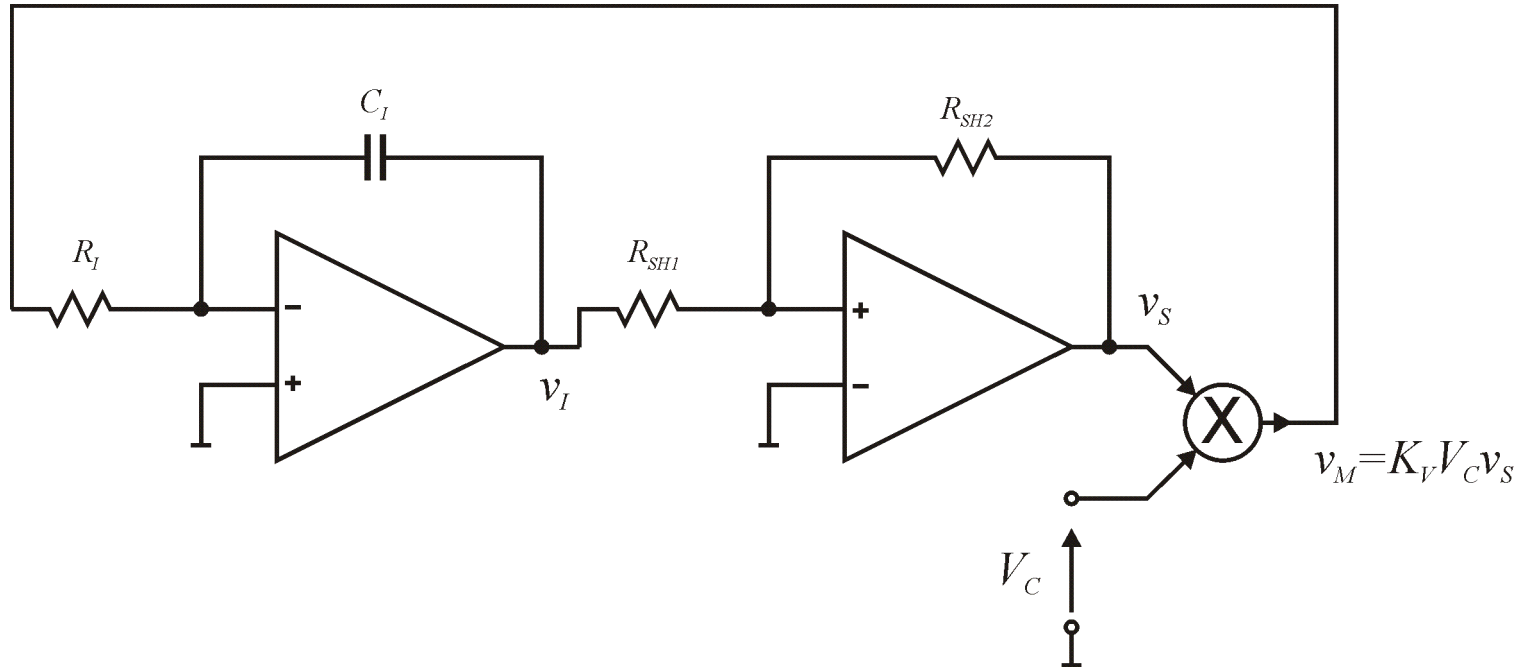
Użyty WO może wytworzyć napięcia wyjściowe ograniczone do zakresu od $-9V$ do $9V$.



Rys. 57. Generator relaksacyjny z wykorzystaniem odwracającego przerzutnika Schmidta.

Generator VCO

(ang. voltage controlled oscillator)

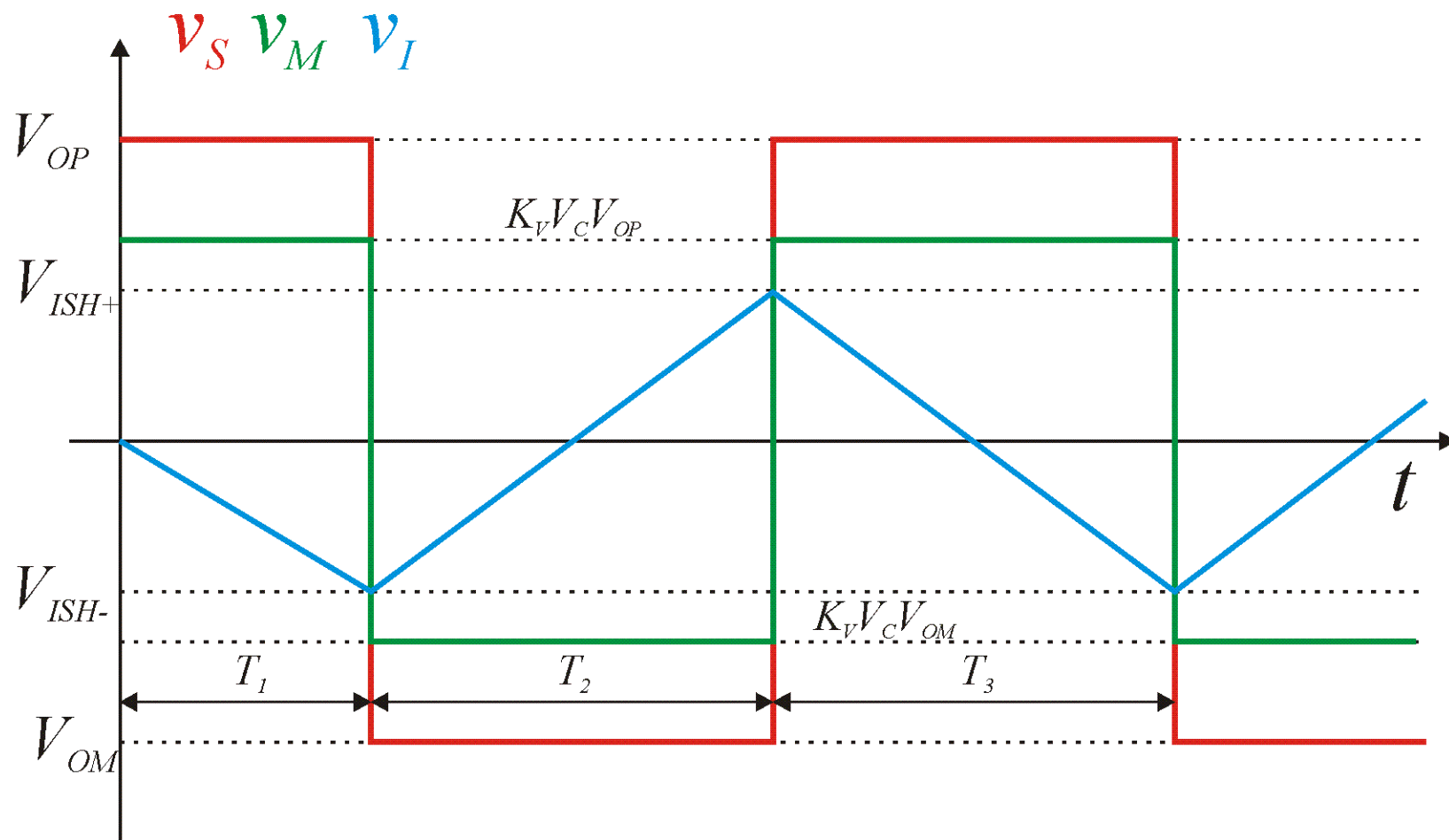


Rys. 58. Generator relaksacyjny VCO z wykorzystaniem odwracającego przerzutnika Schmidta mnożnika i integratora.

Założmy chwilowo, że napięcie V_C jest stałe, założmy również, że w chwili $t = 0$ $v_I = 0$ i $v_S = V_{OP}$. Wówczas napięcie v_I będzie liniowo opadać aż osiągnie poziom V_{ISH-} , a następnie wyjście przerzutnika Schmidta przełączy się.

$$v_I = \frac{Q}{C_I} = \frac{-v_M / R_I \cdot t}{C_I} \Rightarrow V_{ISH-} = \frac{-v_M}{R_I C_I} T_1 \Rightarrow T_1 = -\frac{V_{ISH-}}{K_V V_{OP} V_C} R_I C_I$$

Postępując analogicznie kolejne czasy $T_2 = -\frac{V_{ISH+} - V_{ISH-}}{K_V V_{OM} V_C} R_I C_I$, $T_3 = -\frac{V_{ISH-} - V_{ISH+}}{K_V V_{OP} V_C} R_I C_I$



Rys. 59. Przebiegi napięciowe w generatorze z rys.58.

Okres drgań jest równy:
$$T = T_2 + T_3 = -\frac{V_{ISH+} - V_{ISH-}}{K_V V_{OM} V_C} R_I C_I - \frac{V_{ISH-} - V_{ISH+}}{K_V V_{OP} V_C} R_I C_I = \frac{R_I C_I}{K_V V_C} \left(\frac{V_{ISH-} - V_{ISH+}}{V_{OM}} + \frac{V_{ISH+} - V_{ISH-}}{V_{OP}} \right)$$

Natomiast częstotliwość drgań jest równa:

$$f = \frac{1}{T} = V_C \frac{K_V}{R_I C_I} \left(\frac{V_{SH-} - V_{SH+}}{V_{OM}} + \frac{V_{SH+} - V_{SH-}}{V_{OP}} \right)^{-1}$$

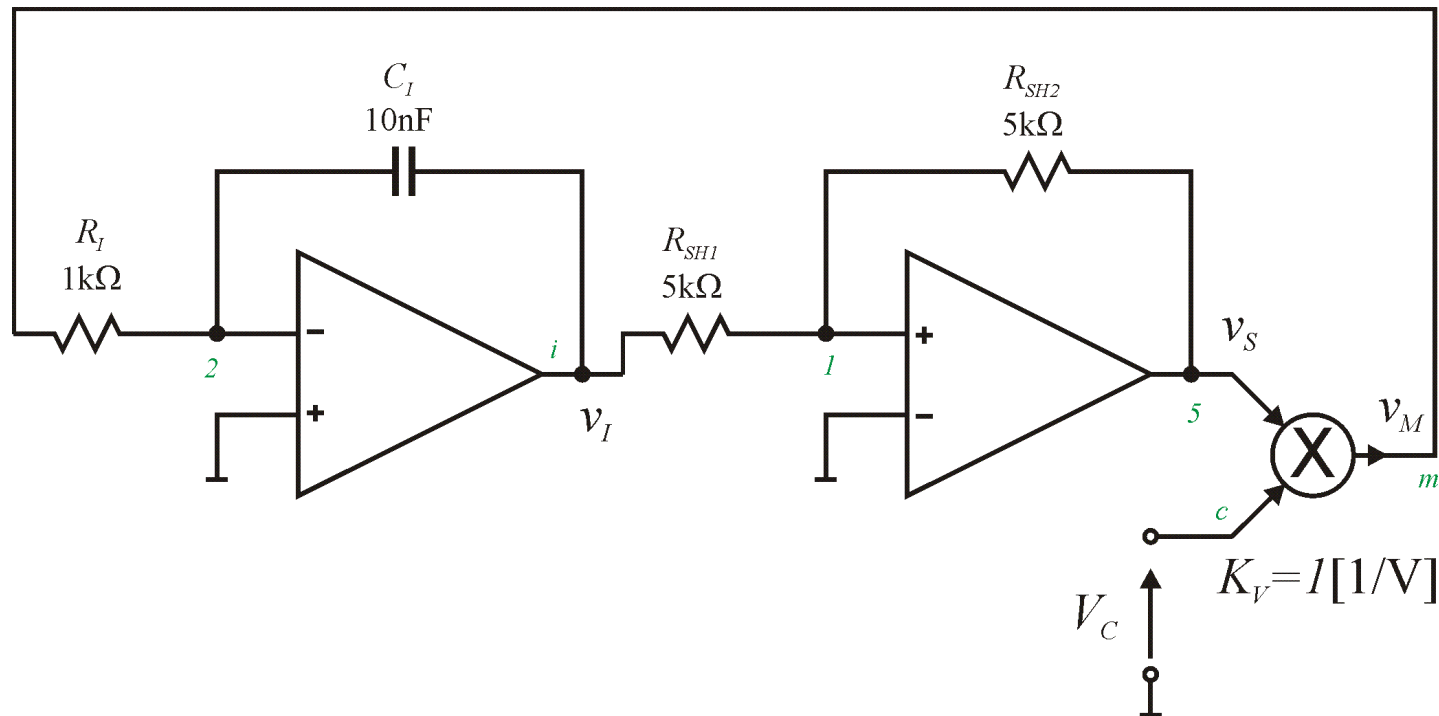
Generator wytwarza przebieg o częstotliwości wprost proporcjonalnej do napięcia V_C !

Jeśli dodatkowo założymy, że $V_{OP} = -V_{OM}$ wówczas zależność powyższa upraszcza się do postaci:

$$f = \frac{1}{T} = V_C \frac{K_V}{R_I C_I} \frac{V_{OP}}{2(V_{ISH+} - V_{ISH-})} = V_C \frac{K_V}{R_I C_I} \frac{V_{OP}}{4 \frac{R_{SH1}}{R_{SH2}} V_{OP}} = V_C \frac{K_V}{R_I C_I} \frac{R_{SH2}}{4R_{SH1}}$$

Zadanie nr 8

Dla układu generatora przedstawionego na rysunku wyznaczyć zależność $f=f(v_C)$ oraz naszkicować przebiegi dla $V_C=0,5[V]$. Dane: $V_{OM}=-9[V]$, $V_{OP}=9[V]$, $K_V=1[1/V]$



Rys. 60. Generator relaksacyjny VCO.

Układy PLL

- Detektor fazy – przykładowe rozwiązania.
- Ogólny układ pętli fazowej i podstawowe właściwości.
- Zastosowanie PLL do generacji przebiegów o różnych częstotliwościach.

Mnożnik jako detektor fazy

Założmy, że do wejść mnożnika podano następujące sygnały:

$$v_X = X \sin(\omega t + \varphi_X), \quad v_Y = Y \cos(\omega t + \varphi_Y)$$

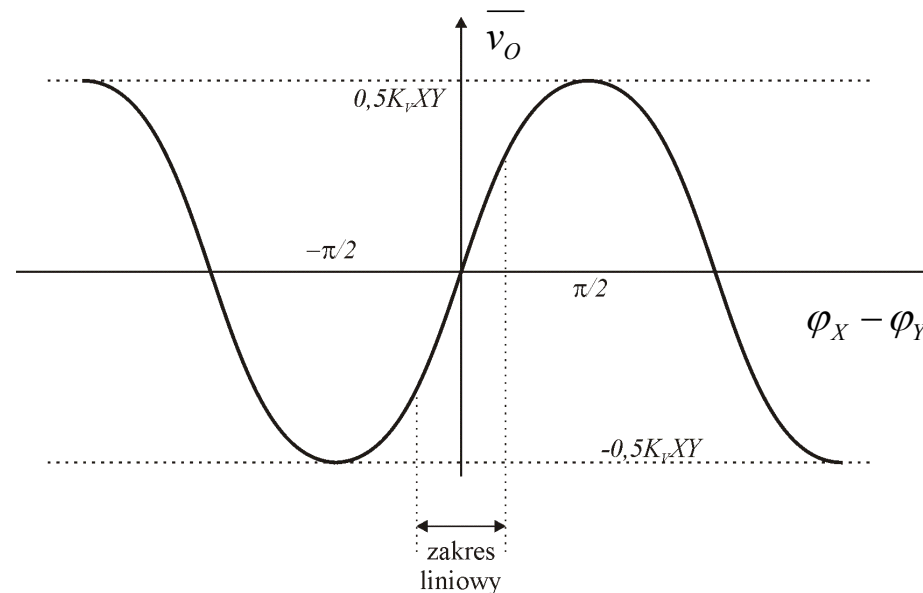
$$\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$$

Sygnał na wyjściu będzie więc równy:

$$v_O = v_X v_Y K_V = K_V XY \sin(\omega t + \varphi_X) \cos(\omega t + \varphi_Y) = \frac{1}{2} K_V XY [\sin(\varphi_X - \varphi_Y) + \sin(2\omega t + \varphi_X + \varphi_Y)]$$

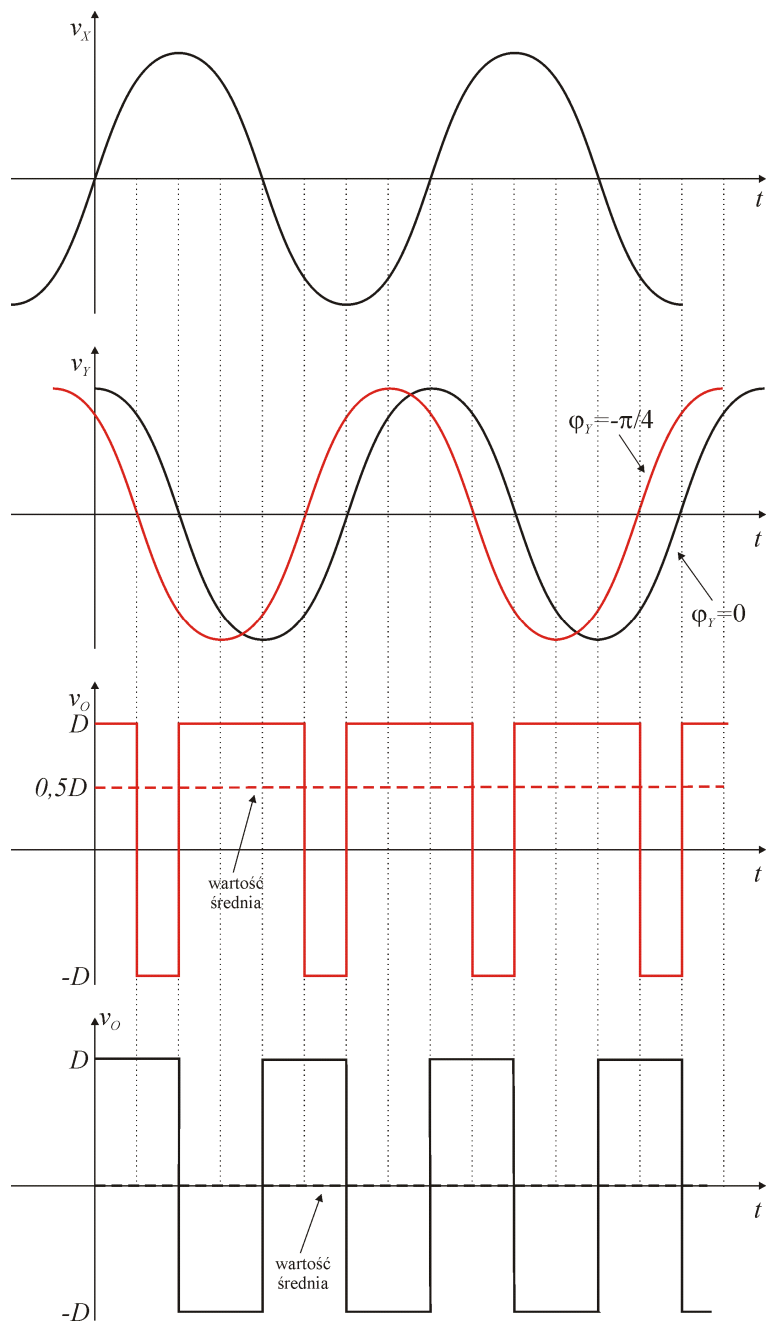
Sygnał na wyjściu ma składnik zależny od różnicy faz oraz składnik o częstotliwości 2-krotnie większej niż sygnałów wejściowych. Po odfiltrowaniu składnika wysokoczęstotliwościowego np. w układzie RC na wyjściu obserwujemy sygnał:

$$\overline{v_O} = \frac{1}{2} K_V XY \sin(\varphi_X - \varphi_Y)$$

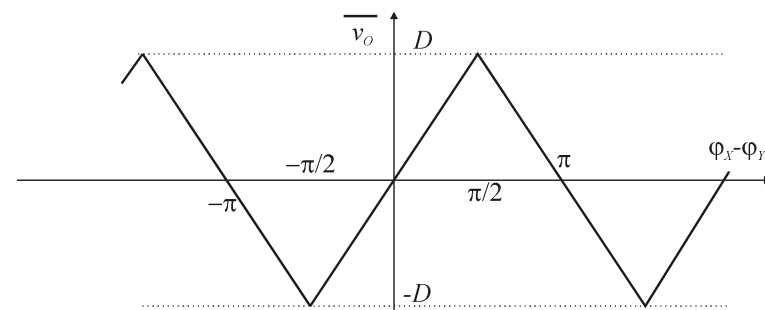


Rys. 61. Charakterystyka przejściowa mnożnika wykorzystanego jako detektor fazy.

Mnożnik silnie przesterowany jako detektor fazy



Rys. 62a. Napięcia wyjściowe dla silnie przesterowanego mnożnika.



Rys. 62b. Charakterystyka przejściowa silnie przesterowanego mnożnika wykorzystanego jako detektor fazy.

$$v_o = D \operatorname{sgn}[\sin(\omega t + \varphi_X) \cos(\omega t + \varphi_Y)]$$

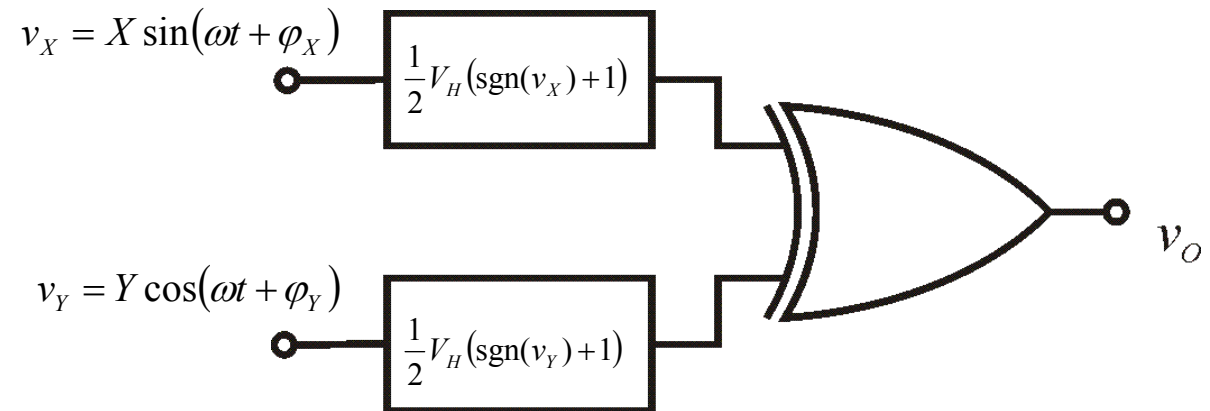
gdzie D jest napięciem wyjściowym przesterowanego mnożnika.

W zakresie od $-\pi/2$ do $\pi/2$ wartość średnia napięcia wyjściowego jest równa:

$$\overline{v_o} = \frac{2}{\pi} D(\varphi_X - \varphi_Y)$$

Bramka EX-OR jako detektor fazy

Aby bramka EX-OR mogła pracować jako detektor fazy do jej wejść należy podać przebiegi cyfrowe prostokątne albo przebiegi harmoniczne wstępnie przetworzyć np. jak na poniższym rysunku.

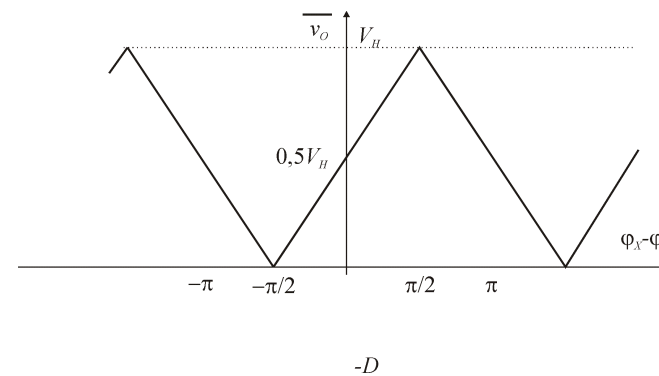


Rys. 63. Bramka EX-OR wykorzystana w funkcji detektora fazy.

W zakresie od $-\pi/2$ do $\pi/2$ wartość średnia napięcia wyjściowego jest równa:

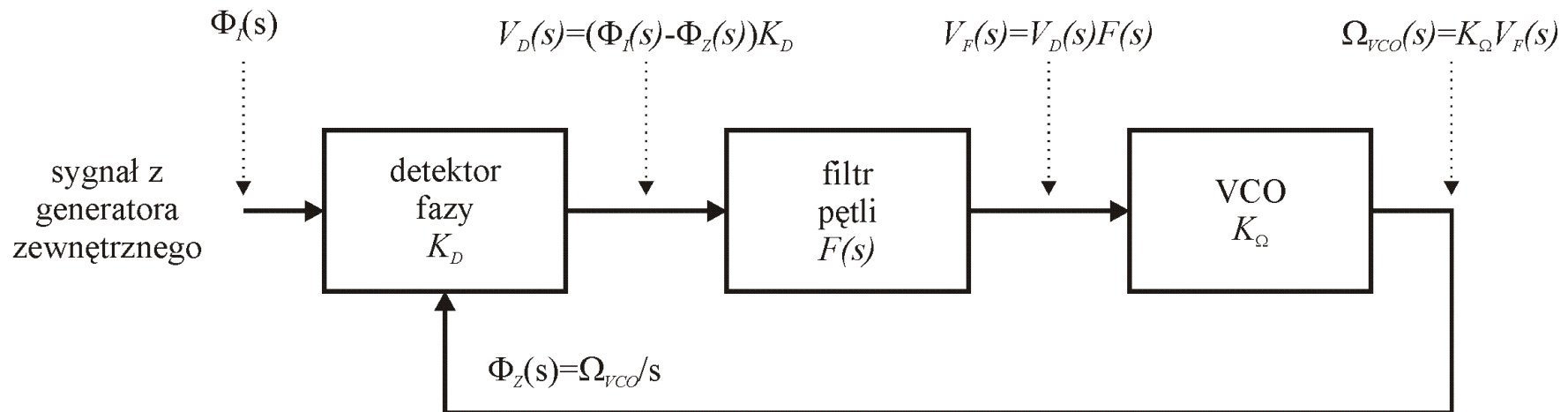
$$\overline{v_O} = \frac{1}{\pi} V_H (\varphi_X - \varphi_Y) + \frac{1}{2} V_H$$

gdzie: V_H – napięcie stanu wysokiego w zastosowanej bramce EX-OR.



Rys. 64. Charakterystyka przejściowa bramki EX-OR wykorzystanej jako detektor fazy.

Budowa i model pętli PLL



Rys. 65. Schemat blokowy układu pętli synchronizacji fazowej PLL (ang. Phase Locked Loop) wraz z opisem sygnałów dla przypadku pracy w stanie synchronizacji.

W stanie synchronizacji zależności w pętli można opisać następująco:

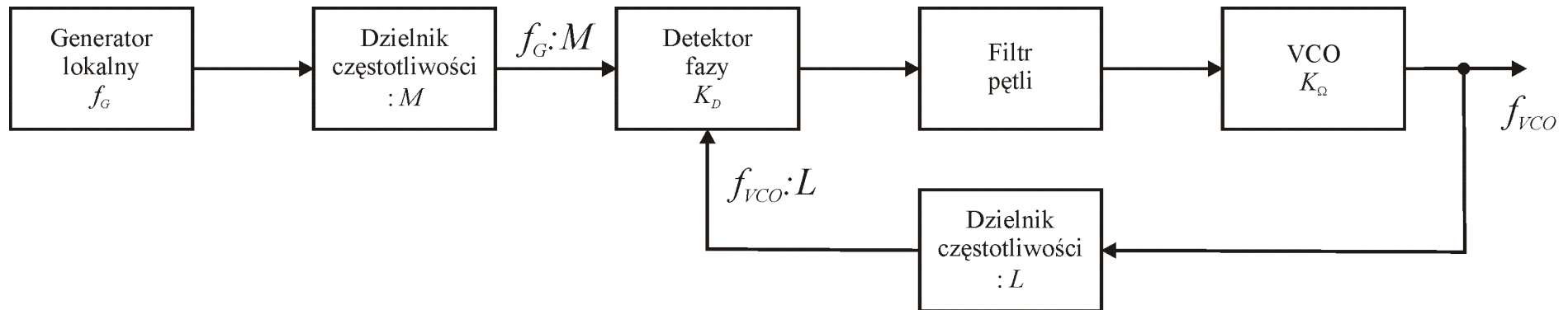
$$\Omega_{VCO}(s) = \left(\Phi_I(s) - \frac{\Omega_{VCO}(s)}{s} \right) K_D F(s) K_\Omega \Rightarrow \Omega_{VCO}(s) \left(1 + \frac{K_D F(s) K_\Omega}{s} \right) = \Phi_I(s) K_D F(s) K_\Omega$$

$$\Rightarrow \Omega_{VCO}(s) = \Phi_I(s) \frac{K_D F(s) K_\Omega}{1 + \frac{K_D F(s) K_\Omega}{s}} = \frac{s \Phi_I(s) K_D F(s) K_\Omega}{s + K_D F(s) K_\Omega} = \Omega_I(s) \frac{K_D F(s) K_\Omega}{s + K_D F(s) K_\Omega}$$

Jeśli pulsacja przebiegu wejściowego będzie stała i będzie wynosić Ω_I to pulsacja generatora VCO ustali się na identyczną wartość:

$$\Omega_{VCO} = \Omega_I$$

Zastosowanie PLL jako programowalny generator



Rys. 66. Wykorzystanie pętli PLL do generacji przebiegów o częstotliwościach programowanych cyfrowo.

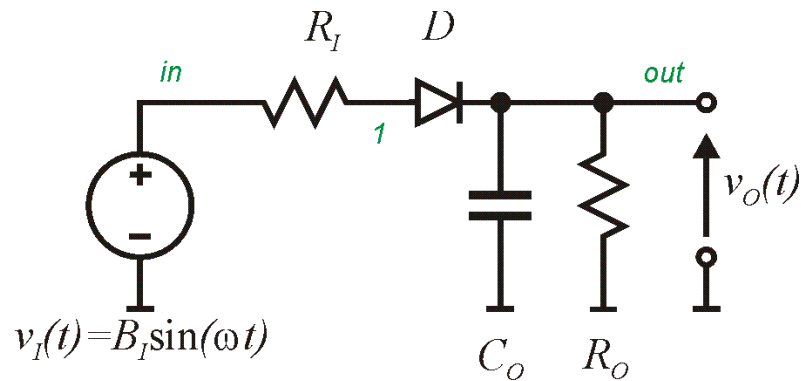
W stanie synchronizacji częstotliwości przebiegów na obu wejściach detektora fazy są identyczne więc zachodzi równość:

$$\frac{f_G}{M} = \frac{f_{VCO}}{L} \Rightarrow f_{VCO} = f_G \frac{L}{M}$$

Dzielniki częstotliwości jest łatwo zrealizować w układzie cyfrowym, generator f_G można wykonać z użyciem rezonatora kwarcowego i w ten sposób można generować szereg częstotliwości bazując na jednym dokładnym generatorze wzorcowym.

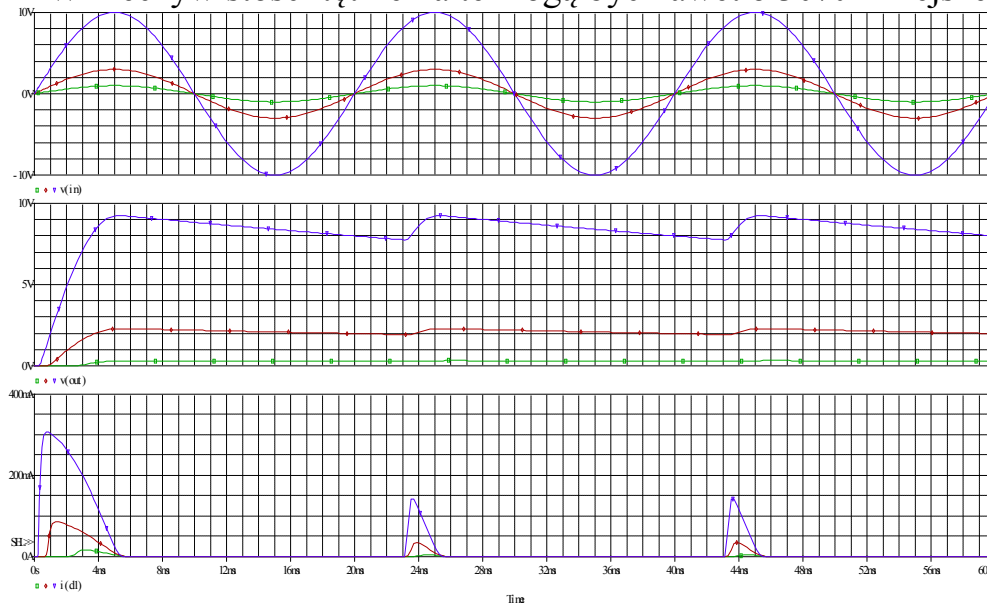
Inne typowe zastosowania PLL: generacja przebiegów zsynchronizowanych, detektory częstotliwości, synchroniczne detektory amplitudy.

Detektor wartości szczytowej



Rys. 67. Diodowy detektor wartości szczytowej.

Stąd maksymalne tętnienia napięcia na wyjściu będą równe: $\Delta V_O \approx V_{PEAK} \left[1 - e^{-\frac{T}{R_O C_O}} \right]$
 W rzeczywistości tętnienia te mogą być nawet o 30% mniejsze (T



Rys. 68. Wyniki symulacji detektora wartości szczytowej.

Dla $R_I \ll R_O$: $V_{PEAK} \approx B_I - V_D$ gdzie: $V_D \approx 0,7[V]$

Napięcie $v_O(t)$ w fazie gdy dioda D jest w stanie zaporowym rozładowuje się eksponencjalnie:

$$v_O(t) \approx V_{PEAK} e^{-\frac{t-t_{PEAK}}{R_O C_O}}$$

gdzie: t_{PEAK} – moment wystąpienia maksymalnej amplitudy.

$$\Delta V_O \approx V_{PEAK} \left[1 - e^{-\frac{T}{R_O C_O}} \right]$$

gdzie: T – okres przebiegu wejściowego

Symulacja dla:

$$B_I = 1[V], 3[V] \text{ i } 10[V]$$

$$R_I = 1[\Omega] \quad R_O = 1[k\Omega]$$

$$C_O = 100[\mu F] \quad T = 20[msec]$$

$$\Delta V_O \approx (10V - 0,7V) \left[1 - e^{-\frac{20msec}{1k\Omega 100\mu F}} \right]$$

$$= 9,3V \cdot \left[1 - e^{-\frac{1}{5}} \right] = 1,69V$$

Symulacja daje 1,48V.

Układy zasilające

- Prostownik jedno i dwupołówkowy.
- Stabilizator równoległy z diodą Zenera.
- Stabilizator z tranzystorem w konfiguracji CC.
- Stabilizator ze wzmacniaczem błędu.

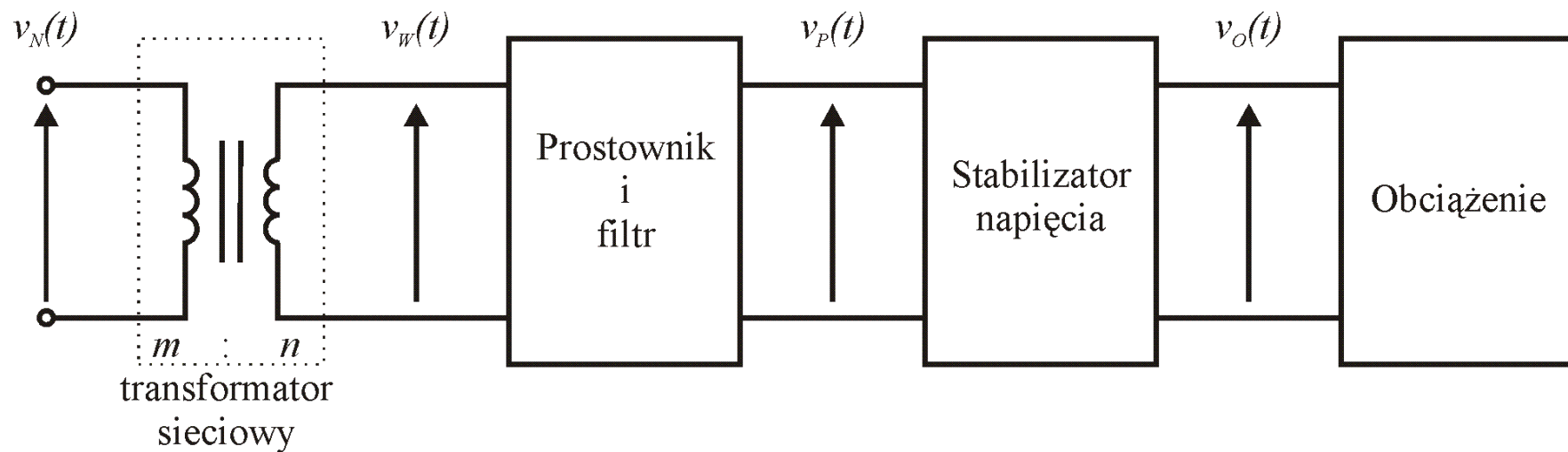
Zasilacz ze stabilizatorem liniowym

Napięcie sieciowe w Polsce jest równe: $v_N(t) = \sqrt{2}V_{AC} \sin(2\pi ft)$

gdzie: V_{AC} – wartość skuteczna napięcia równa $230V \pm 10\%$,
 f - częstotliwość równa 50Hz .

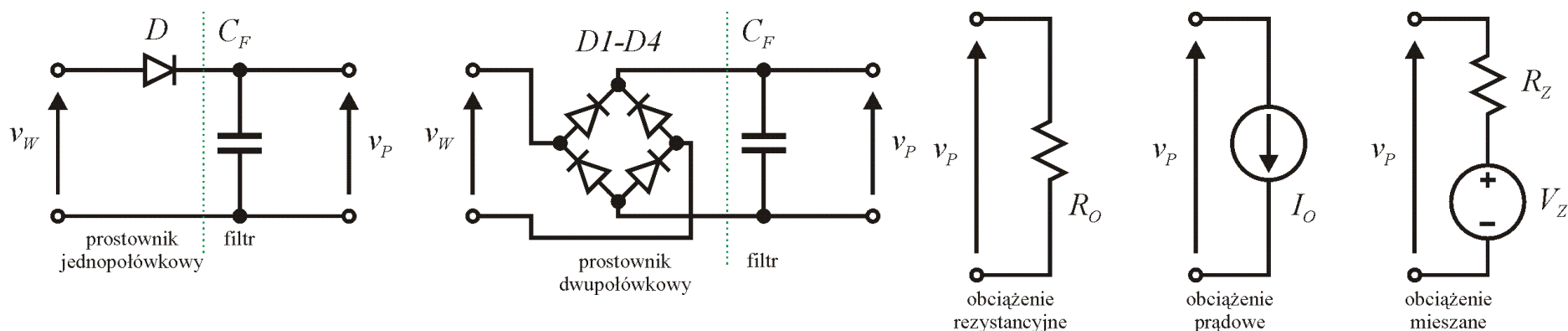
W przypadku idealnego transformatora napięcie wtórne będzie równe: $v_W(t) = \frac{n}{m} v_N(t) = \sqrt{2} \frac{n}{m} V_{AC} \sin(2\pi ft)$

Transformator sieciowy oddziela galwanicznie obwód sieciowy od docelowego jak i obniża napięcie sieciowe do zakresu przewidzianego w odbiorniku.



Rys. 69. Schemat blokowy typowego zasilacza ze stabilizatorem liniowym.

Prostownnik + filtr



Rys. 70. Jedno i dwupółkowy prostownik z filtrem w postaci kondensatora oraz wybrane rodzaje obciążeń.

Napięcie wejściowe: $v_W(t) = B_W \sin(2\pi ft)$ $T = 1/f$

$V_{PEAK} \approx B_W - V_D$ gdzie: $V_D \approx 0,7[V]$

$$\Delta V_P \approx V_{PEAK} \left[1 - e^{-\frac{T}{R_O C_F}} \right]$$

$$\Delta V_P = \Delta V_{CF} = \frac{\Delta Q_{CF}}{C_F} \approx \frac{I_O T}{C_F}$$

$$\Delta V_P \approx (V_{PEAK} - V_Z) \left[1 - e^{-\frac{T}{R_Z C_F}} \right]$$

Obciążenie R_O

Obciążenie I_O

Obciążenie $R_Z + V_Z$

$V_{PEAK} \approx B_W - 2V_D$ gdzie: $V_D \approx 0,7[V]$

$$\Delta V_P \approx V_{PEAK} \left[1 - e^{-\frac{T/2}{R_O C_F}} \right]$$

$$\Delta V_P = \Delta V_{CF} = \frac{\Delta Q_{CF}}{C_F} \approx \frac{I_O T / 2}{C_F}$$

$$\Delta V_P \approx (V_{PEAK} - V_Z) \left[1 - e^{-\frac{T/2}{R_Z C_F}} \right]$$

gdzie: ΔV_P – tętnienia napięcia v_P , T – okres przebiegu wejściowego

Stabilizator równoległy z diodą Zenera

Minimalna wartość rezystora R_Z ze względu na maksymalny prąd diody obliczana jest przy braku obciążenia R_o :

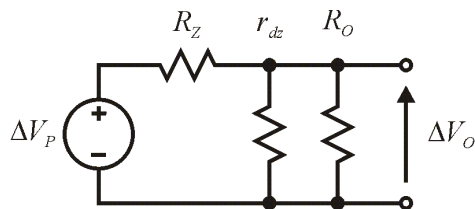
$$R_{Z,MIN} = \frac{V_{PEAK} - V_Z}{I_{ZMAX}}$$

Maksymalny prąd jaki można pobrać do obciążenia można obliczyć jako:

$$I_{O,MAX} = \frac{V_{PEAK} - \Delta V_P - V_Z}{R_Z}$$

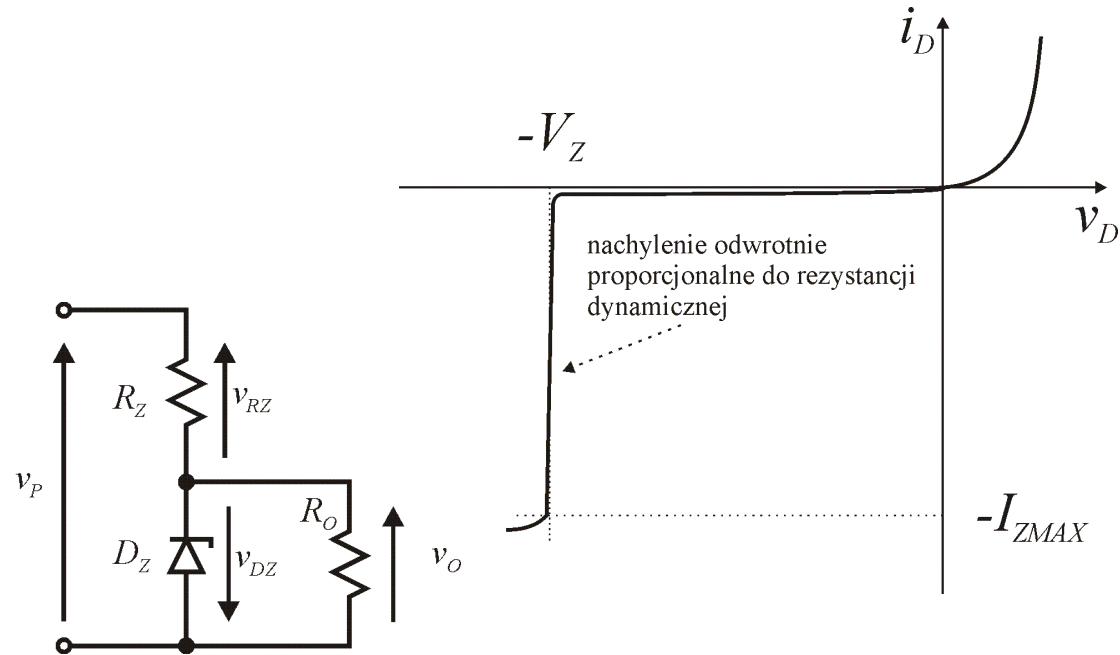
Z porównania powyższych wzorów wynika, że możliwy do uzyskania prąd wyjściowy jest zawsze mniejszy niż prąd diody:

$$I_{O,MAX} < I_{ZMAX}$$



Rys. 72. Model do wyznaczenia tętnień i rezystancji wyjściowej.

$$\Delta V_O = \Delta V_P \frac{r_{dz} \parallel R_o}{r_{dz} \parallel R_o + R_Z} \Bigg|_{\substack{r_{dz} \ll R_o \\ r_{dz} \ll R_Z}} \approx \Delta V_P \frac{r_{dz}}{R_Z}$$



Rys. 71. Stabilizator równoległy z diodą Zenera oraz charakterystyki stałoprądowe diody Zenera.

Tętnienia napięcia na obciążeniu można oszacować z wykorzystaniem zastępczego modelu małosygnałowego przedstawionego obok.

Stabilizator ten jest odporny na zwarcie na wyjściu – prąd zostanie ograniczony poprzez rezystor R_Z .

Główne parametry stabilizatorów

Parametr:

Wartość dla stabilizatora równoległego z diodą Zenera zasilanego z prostownika z kondensatorem

• nominalne napięcie wyjściowe

$$V_Z$$

• maksymalny prąd wyjściowy

$$I_{O,MAX} = \frac{V_{PEAK} - \Delta V_P - V_Z}{R_Z}$$

• maksymalny prąd zwarcia

$$I_{ZWARCIA,MAX} = \frac{V_{PEAK}}{R_Z}$$

• zakres dopuszczalnych zmian napięcia wejściowego

$$V_Z < v_P < V_Z + I_{ZMAX} R_Z$$

• współczynnik stabilizacji napięciowej (ang. line regulation)

$$S_V = \frac{\partial v_O}{\partial v_P} = \frac{\Delta V_O}{\Delta V_P} = \frac{r_{dz} \parallel R_O}{r_{dz} \parallel R_O + R_Z}$$

• rezystancja wyjściowa

$$r_{out} = r_{dz} \parallel R_Z$$

• sprawność energetyczna

$$\eta = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{v_O i_O}{v_P i_P} = \frac{V_Z^2 / R_O}{v_P \frac{(v_P - V_Z)}{R_Z}} = \frac{V_Z^2 R_Z}{v_P (v_P - V_Z) R_O}$$

• minimalna różnica pomiędzy napięciem wejściowym i wyjściowym (ang. dropout voltage)

$$V_{DROPO} = \min(v_P - v_O) = \min(V_{RZ})$$

w praktyce ponad 1V, zależy od doboru R_Z

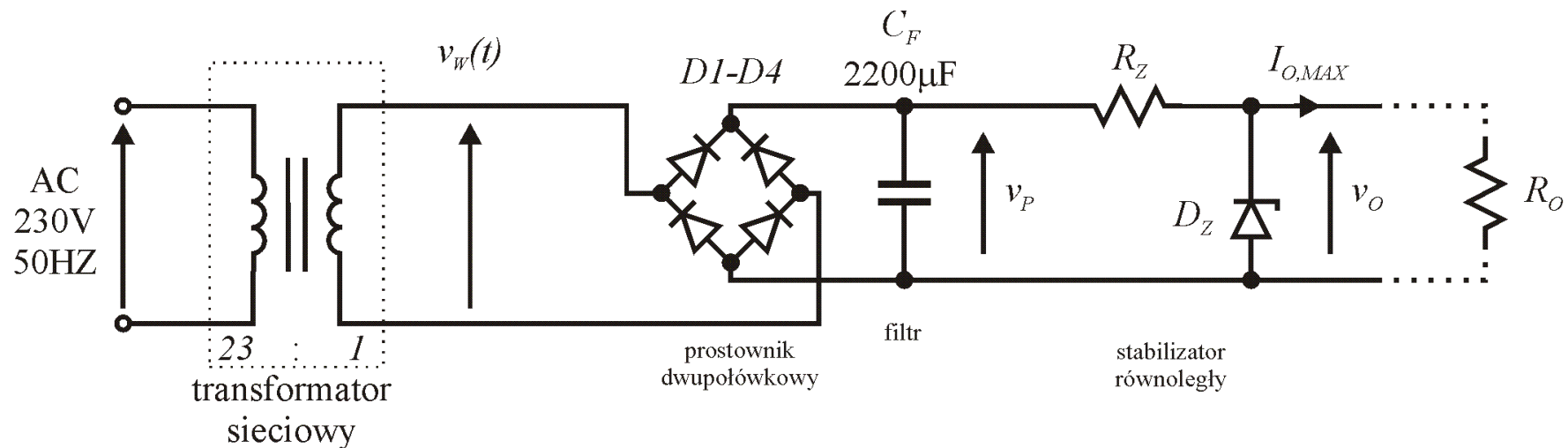
Zadanie nr 9

Dla układu zasilacza przedstawionego na rysunku należy:

- wyznaczyć wartość rezystancji R_Z w ten sposób aby był możliwy pobór maksymalnego prądu przez obciążenie,
- obliczyć tętnienia napięcia za filtrem prostownika.
- obliczyć tętnienia na wyjściu zasilacza,
- obliczyć zakres dostępnych prądów wyjściowych i odpowiadające temu wartości rezystancji obciążenia.

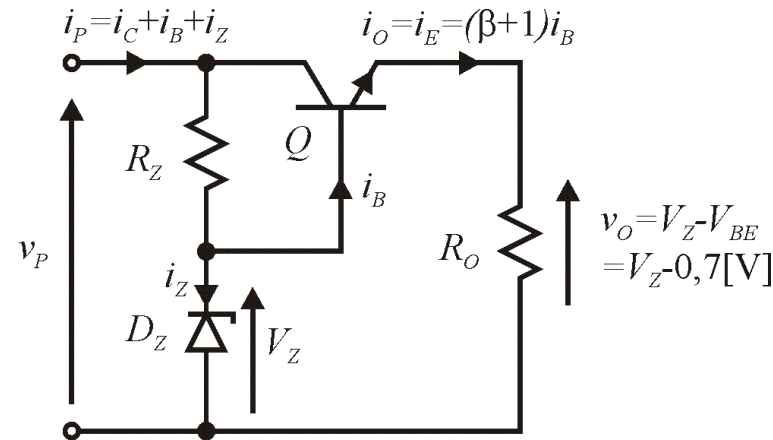
Dane: $V_Z=8[V]$, $I_{ZMAX}=100[mA]$, $V_D=0,7[V]$, $r_{dz}=1[\Omega]$.

Należy powtórzyć obliczenia dla przypadku zastosowania prostownika jednopółkowego.



Rys. 73. Zasilacz ze stabilizatorem równoległym.

Stabilizator szeregowy z tranzystorem w konfiguracji CC



Rys. 74. Stabilizator szeregowy z wykorzystaniem tranzystora bipolarnego w konfiguracji CC.

Chwilowo zakładamy pomijalny prąd diody Zenera w stosunku do prądu wyjściowego, wówczas: $i_P = i_C + i_B + i_Z \approx i_E$

Tak więc: $i_P \approx i_E = \frac{v_O}{R_O} = \frac{V_Z - V_{BE}}{R_O}$ A więc prąd i_P nie zależy od v_P i ma charakter stałego obciążenia prądowego.

Tranzystor npn umożliwia $(\beta+1)$ krotne zwiększenie dostępnego wyjściowego prądu w stosunku do stabilizatora z samą diodą Zenera.

$$i_{E,MAX} = \frac{V_{PEAK} - \Delta V_P - V_Z}{R_Z} (\beta + 1)$$

Zwarcie wyjścia spowoduje przepływ prądu o wartości:

$$i_E = \frac{v_P - V_{BE}}{R_Z} (\beta + 1)$$

$$r_{out} = \frac{r_{dz} \parallel R_Z}{\beta + 1} + r_e$$

Tętnienia na wyjściu są praktycznie jak na diodzie Zenera, ale teraz możemy znacznie $(\beta+1)$ krotnie zwiększyć R_Z .

$$\Delta V_O \approx \Delta V_P \frac{r_{dz}}{R_Z}$$

Pobór mocy przy braku obciążenia:

$$P_{IN,0} = v_P i_P = v_P \frac{v_P - V_Z}{R_Z}$$

Pobór mocy z obciążeniem R_O :

$$P_{IN,R_O} = P_{IN,0} + v_P \alpha v_O / R_O \approx v_P v_O / R_O$$

Sprawność energetyczna z obc. R_O :

$$\eta = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{v_O i_O}{v_P i_P} \approx \frac{v_O^2 / R_O}{v_P v_O / R_O} = \frac{v_O}{v_P}$$

Minimalna różnica pomiędzy napięciem wejściowym i wyjściowym (ang. dropout voltage):

$$V_{DROP} = \min(v_P - v_O) = \min(V_{RZ}) + V_{BE} = \min(V_{RZ}) + 0,7V$$

w praktyce ponad 1V na rezystancji R_z , łącznie >1,7V

Stabilizator ze wzmacniaczem napięcia odniesienia

Jeśli zastosowany wzmacniacz jest idealny wówczas napięcia na obu wejściach są równe, czyli:

$$V_Z = v_O \frac{R_{F2}}{R_{F1} + R_{F2}} \Rightarrow v_O = V_Z \left(1 + \frac{R_{F1}}{R_{F2}} \right)$$

Chwilowo zakładamy pomijalny prąd diody Zenera i wzmacniacza w stosunku do prądu wyjściowego, wówczas:

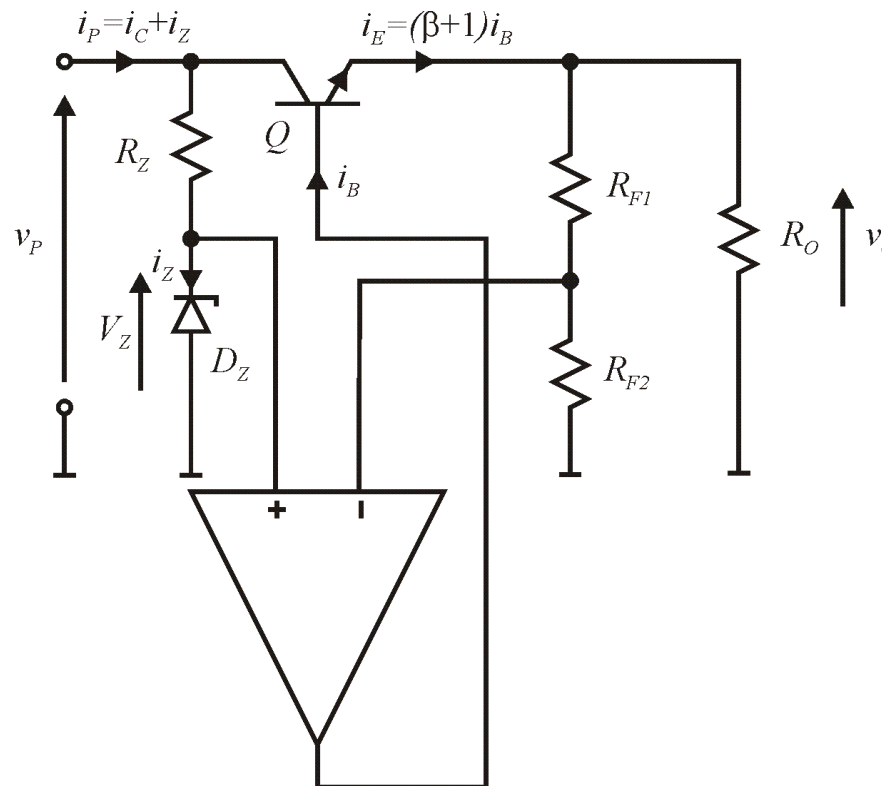
$$\text{Tak więc: } i_p \approx i_E = \frac{v_O}{R_O} = \frac{V_Z}{R_O} \left(1 + \frac{R_{F1}}{R_{F2}} \right)$$

Stąd prąd i_p nie zależy od v_p i ma charakter stałego obciążenia prądowego.

Tętnienia na wyjściu będą takie jak na diodzie Zenera pomnożone przez wzmocnienie układu, czyli:

$$\Delta V_O \approx \Delta V_P \frac{r_{dz}}{R_Z} \left(1 + \frac{R_{F1}}{R_{F2}} \right)$$

Napięcie na diodzie Zenera V_Z często w literaturze nazywane jest napięciem referencyjnym i oznaczane symbolem V_{REF} .



Rys. 75. Stabilizator szeregowy ze wzmacniaczem błędu.

Stabilizatory o budowie jak na schemacie powyżej można nabyć gotowe w postaci układu scalonego przystosowanego na docelowe napięcie zasilające (np. rodzina układów scalonych 78xx, 79xx) lub z zewnętrznym wyprowadzeniem rezystorów $R_{F1,2}$ jako tzw. regulowane (ang. adjustable) (np. rodzina układów scalonych LM317, LM217).

Pobór mocy przy braku obciążenia:

$$P_{IN,0} = v_P i_P = v_P \frac{v_P - V_Z}{R_Z} + P_{OA} + v_P^2 / (R_{F1} + R_{F2})$$

Pobór mocy z obciążeniem R_O :

$$P_{IN,R_O} = P_{IN,0} + v_P \alpha v_O / R_O \approx v_P v_O / R_O$$

Sprawność energetyczna z obc. R_O :

$$\eta = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{v_O i_O}{v_P i_P} \approx \frac{v_O^2 / R_O}{v_P v_O / R_O} = \frac{v_O}{v_P}$$

Minimalna różnica pomiędzy napięciem wejściowym i wyjściowym (ang. dropout voltage):

$$V_{DROP} = \min(v_P - v_O) = V_{BE} = 0,7V$$

Rezystancja wyjściowa:

$$r_{out} = \frac{\frac{r_{OA}}{\beta+1} + r_e}{F} = \frac{\frac{r_{OA}}{\beta+1} + r_e}{1 + A_D \frac{R_{F2}}{R_{F1} + R_{F2}}}$$

Prąd w zwarcu na wyjściu stabilizatora:

$$i_E = I_{OA,MAX} (\beta + 1)$$

Obliczmy napięcie przy założeniu niezbyt wysokiego wzmocnienia WO, równanie napięciowe w obwodzie wyjściowym:

$$v_O = v_{WO} - V_{BE} \quad \text{gdzie } v_{WO}: \text{ napięcie na wyjściu WO.}$$

$$v_{WO} = A(V_Z - v_O D) \quad \text{gdzie: } D = \frac{R_{F2}}{R_{F1} + R_{F2}} \quad \text{Stąd:}$$

$$v_O = V_Z \frac{1}{1/A + D} - \frac{V_{BE}}{1 + AD}$$

Zadanie nr 10

Dla układu zasilacza przedstawionego poniżej na rysunku należy obliczyć:

- napięcie wyjściowe,
- tętnienie napięcia za prostownikiem,
- tętnienie napięcia na obciążeniu,
- rezystancję wyjściową zasilacza,
- oraz zakładając, że wartość skuteczna napięcia za prostownikiem wynosi 14V należy obliczyć moc pobieraną przez stabilizator, moc traconą w stabilizatorze, moc oddawaną do obciążenia oraz sprawność stabilizatora,
- na którym z elementów stabilizatora będzie wydzielala się największa moc?

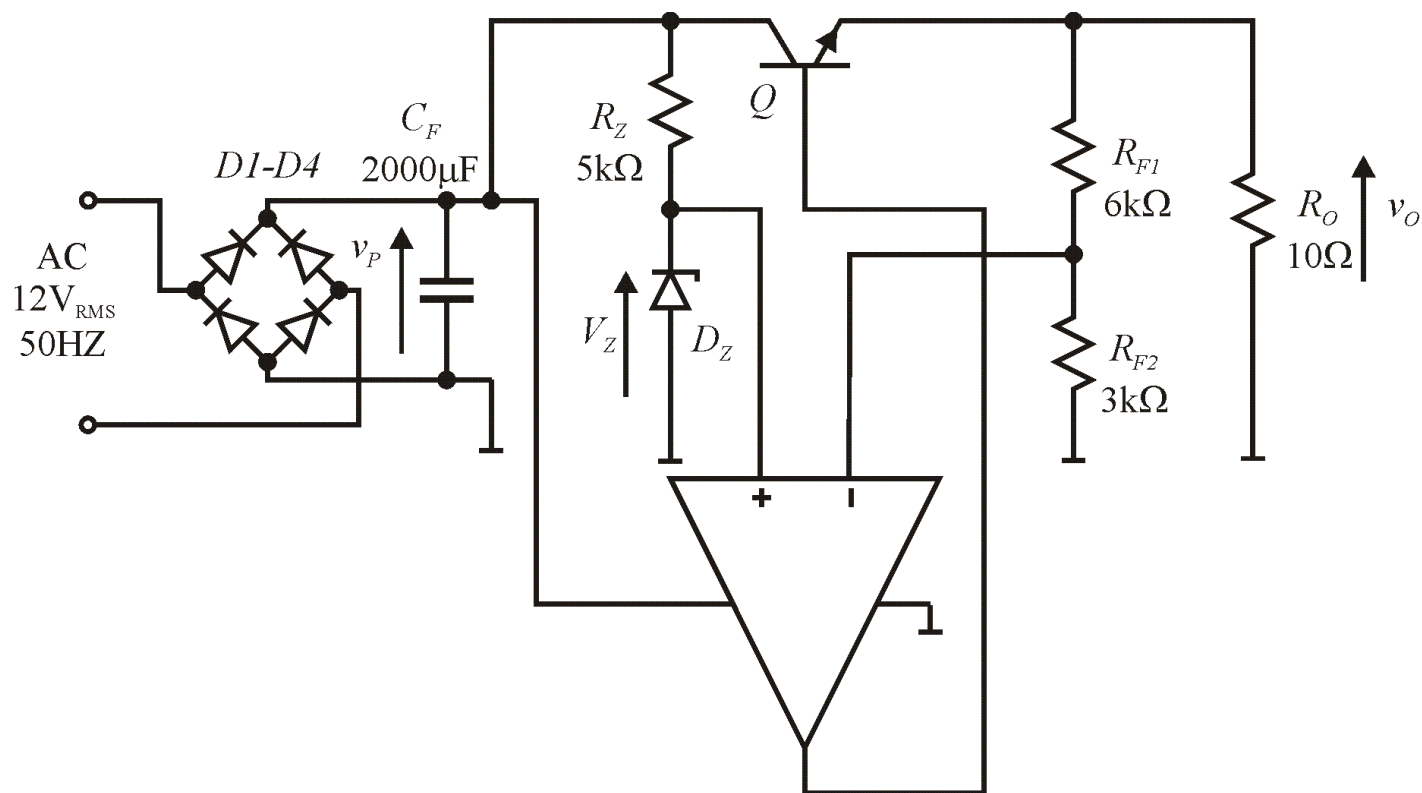
W obliczeniach należy założyć, że moc tracona na diodzie Zenera jak i moc wzmacniacza operacyjnego są pomijalnie małe.

Parametry wzmacniacza operacyjnego: $A=1000[V/V]$, $R_O=50[\Omega]$.

Parametry diody Zenera: $V_Z=3[V]$, $r_{dz}=10[\Omega]$.

Napięcie przewodzenia diod prostowniczych: $V_D=0,7[V]$.

Współczynnik wzmocnienia prądowego tranzystora Q: $\beta=20$.




Rys. 76. Zasilacz ze stabilizatorem szeregowym ze wzmacniaczem błęd.

Dodatek A – skrócona instrukcja wczytania pliku i wykonania symulacji przy użyciu symulatora LT Spice

Założenia:

- 1) W systemie na którym ma być przeprowadzona symulacja został zainstalowany darmowy symulator LTSpice ([link do ściągnięcia](#)).
- 2) Ściągnięto na dysk lokalny wszystkie pliki z katalogu: ([link do plików](#)).

Wykonanie symulacji:

- 1) Uruchamiamy oprogramowanie LT Spice.
- 2) Wczytujemy ściągnięty plik (Menu/File/Open...). Powinien otworzyć się schemat badanego układu.
- 3) Wykonujemy symulację poprzez Menu/Simulate/Run lub kombinację klawiszy Alt+S+R lub ikonę 
- 4) Po pomyślnym wykonaniu symulacji automatycznie otworzy się okno graficzne w którym możemy wyświetlić napięcia i prądy układowe. W tym celu najeżdżamy myszką na wybrany węzeł (wyświetlenie napięcia) lub wyprowadzenie elementu (wyświetlenie prądu) i klikamy myszką. Wskazany sygnał powinien pojawić się na wykresie.
- 5) Wskazane jest zwiększenie dokładności obliczeniowej Menu/Simulate/ControlPanel/Compression/RelativeTolerance=2.5e-5. Jest to ważne w szczególności dla analiz czasowych i THD.
- 6) Dla niektórych rodzajów symulacji (np. wyniki symulacji Fouriera w celu znalezienia THD) dane są w postaci liczb i nie są wyświetlane na wykresie. Aby je odczytać należy odczytać automatycznie utworzony plik tekstowy z rozszerzeniem *.log poprzez dowolny edytor tekstowy lub wybranie Menu/View/Spice Error Log lub kombinację klawiszy Alt+V+L.
- 7) Symulator LT Spice przed symulacją tworzy tzw. netlistę kompatybilną w 95% z symulatorami typu PSPICE. Aby użyć tego typu symulatora należy:
 - utworzony plik z rozszerzeniem *.net skopiować do pliku z rozszerzeniem *.cir
 - polecenie .backanno zastąpić poleceniem .probe, polecenie SINE zastąpić SIN, jeśli gdzieś wystąpi RSER to usunąć ten wpis
 - zamienić mnożniki greckie na litery łacińskie (np. „ μ ” na „u”).